

**NOTA DE AULA**  
**PROF. JOSÉ GOMES RIBEIRO FILHO**

**CORRENTE E RESISTÊNCIA ELÉTRICA**

**01. INTRODUÇÃO**

Nos três capítulos anteriores, estudamos as interações de cargas elétricas em repouso; agora estamos preparados para estudar as cargas em movimento. Uma corrente elétrica é o movimento de cargas de uma região para outra. Quando esse movimento ocorre ao longo de um caminho que forma um circuito fechado, o caminho denomina-se circuito elétrico.

Um circuito elétrico fornece basicamente um caminho para transferir energia de um local para outro. À medida que as partículas carregadas fluem através do circuito, a energia potencial elétrica é transferida de uma fonte (tal como uma bateria ou um gerador) até um dispositivo no qual essa energia é armazenada ou então convertida em outras formas de energia: em som em um sistema estéreo, em calor em uma torradeira ou em luz em uma lâmpada.

Neste capítulo, estudaremos as propriedades básicas dos circuitos elétricos. Para entendermos o comportamento das correntes em circuitos elétricos, descreveremos as propriedades dos condutores e como elas dependem da temperatura. Aprenderemos por que um fio de cobre curto, grosso e frio é um condutor melhor do que um fio de aço longo, fino e quente. Estudaremos as propriedades das baterias e como elas produzem corrente e transferência de energia em um circuito. Para essa análise, usaremos os conceitos de corrente, diferença de potencial (ou voltagem), resistência e força eletromotriz. Finalmente, faremos um estudo da corrente elétrica através de um material usando um ponto de vista microscópico.

**02. CORRENTE ELÉTRICA**

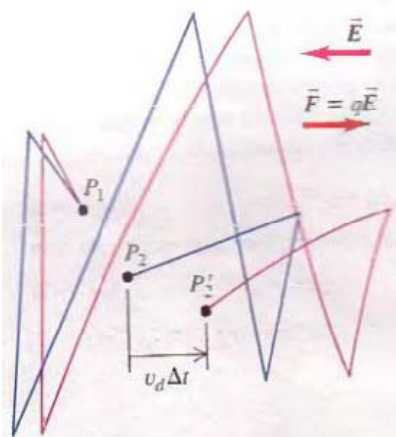
Uma corrente é qualquer movimento de cargas de uma região para outra. Nesta seção, discutiremos correntes em materiais condutores. A grande maioria das aplicações tecnológicas das cargas em movimento envolve correntes desse tipo.

Em situações nas quais ocorre equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é igual a zero em todos os pontos no interior de um condutor, portanto não existe nenhuma corrente. Contudo, isso não significa que todas as cargas no interior do condutor estejam em repouso. Em um metal comum, tal como no caso do cobre ou alumínio, alguns elétrons podem se mover livremente no interior do material condutor. Esses elétrons livres se movem caoticamente em todas as direções, de modo análogo ao movimento das moléculas de um gás, porém com velocidades muito mais elevadas, da ordem de  $10^6$  m/s. Entretanto, os elétrons não escapam do material condutor porque eles são atraídos pelos íons positivos do material. O movimento dos elétrons é caótico; logo, não existe nenhum fluxo efetivo de cargas em nenhuma direção fixa e, portanto, não há corrente.

Considere agora o que ocorre quando um campo elétrico  $\vec{E}$  estacionário e constante é estabelecido no interior de um condutor. (Mais adiante mostraremos como isso pode ser feito.) Uma partícula carregada (tal como um elétron livre) no interior do material condutor é submetida a uma força estacionária  $\vec{F} = q\vec{E}$ . Se a referida carga estivesse no vácuo, essa força estacionária produziria uma aceleração estacionária na mesma direção da força  $\vec{F}$  e depois de um certo tempo a carga estaria se deslocando nessa mesma direção com uma velocidade mais elevada. Contudo, quando as partículas carregadas se movem no interior de um condutor, elas colidem frequentemente com os íons grandes do material que permanecem praticamente estáticos. O efeito resultante do campo elétrico  $\vec{E}$  é tal que, além do movimento caótico das partículas carregadas, existe também um movimento muito lento, ou movimento de arraste, de um grupo de partículas carregadas na direção da força elétrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  (Figura 1). Esse movimento é descrito pela velocidade de arraste  $\vec{v}_d$  das partículas. Consequentemente, surge uma corrente efetiva no condutor. Como dissemos antes, o movimento caótico tem uma velocidade média muito elevada; em contraste, a velocidade de arraste é muito lenta, geralmente da ordem de  $10^{-4}$  m/s.

O arraste das cargas que se movem através de um condutor pode ser interpretado com base no trabalho e na energia. O campo elétrico  $\vec{E}$  realiza um trabalho sobre as cargas que se deslocam. A energia cinética resultante é transferida para o material do condutor por meio das colisões com os íons que vibram em torno de suas posições de equilíbrio na rede cristalina do condutor. Essa energia transferida produz um aumento da energia de vibração média dos íons e, portanto, faz aumentar a temperatura do material. Logo, grande parte do trabalho realizado pelo campo elétrico é usado para aquecer o condutor, e não para acelerar os elétrons. Esse calor algumas vezes possui aplicação útil, como

no caso de uma torradeira elétrica, porém muitas vezes ele é um efeito indesejável inevitavelmente associado com a corrente elétrica.



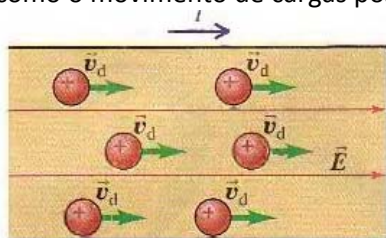
-----trajetória de um elétron em um condutor sem campo elétrico.

-----trajetória de um elétron em um condutor com campo elétrico.

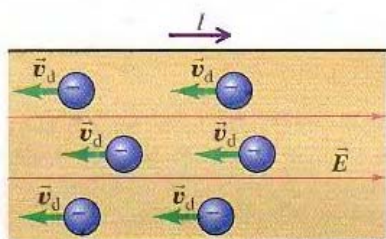
FIGURA 1 Quando não existe nenhum campo elétrico no interior de um material condutor, um elétron pode se mover do ponto  $P_1$  até  $P_2$  depois de um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Como os movimentos dos elétrons são caóticos, não há nenhum fluxo resultante de cargas em nenhuma direção. Quando um campo elétrico  $\vec{E}$  está presente, a força elétrica  $\vec{F} = q\vec{E}$  produz uma pequena velocidade de arraste (muito exagerada na figura) que se superpõe com o movimento caótico dos elétrons. Quando o campo está presente, a trajetória do elétron termina no ponto  $P'_2$  situado a uma distância  $v_d \Delta t$  do ponto  $P_2$  no sentido da força. Como o elétron possui uma carga negativa, a força  $\vec{F} = q\vec{E}$  apresenta sentido contrário ao do campo  $\vec{E}$ .

Em diferentes materiais que conduzem uma corrente, as cargas das partículas que se movem podem ser positivas ou negativas. Nos metais, as cargas que se movem são sempre elétrons (negativos), enquanto em um gás ionizado (plasma) ou em uma solução iônica as partículas incluem elétrons e íons positivos. Em um material semiconductor, tal como o germânio ou o silício, a condução pode ocorrer pelo movimento de elétrons ou pelo movimento de vacâncias, mais conhecidas como buracos, que são locais da rede onde não existem elétrons e que funcionam como se fossem cargas positivas.

Na Figura 2, indicamos segmentos de dois materiais que transportam uma corrente. Na Figura 2a, as cargas que se deslocam são positivas, a força elétrica possui o mesmo sentido do campo  $\vec{E}$  e a velocidade de arraste  $\vec{v}_d$  apresenta sentido da esquerda para a direita. Na Figura 2b, as cargas são negativas, a força elétrica possui sentido contrário ao de  $\vec{E}$  e a velocidade de arraste  $\vec{v}_d$  revela sentido da direita para a esquerda. Definimos a corrente, designada pela letra  $I$ , como o movimento de cargas positivas.



(a)



(b)

FIGURA 2 Cargas positivas que se deslocam no mesmo sentido do campo  $\vec{E}$  produzem a mesma corrente gerada por igual número de cargas negativas de mesmo módulo se deslocando no sentido contrário ao do campo.

As partículas que fluem através de uma superfície, como na Figura 3, podem ser carregadas positiva ou negativamente, ou podemos ter dois ou mais tipos de partículas que se deslocam, com cargas de ambos os sinais no fluxo. Convencionalmente, definimos a direção da corrente como a direção do fluxo de carga positiva, independentemente do sinal das partículas carregadas reais em movimento. Em um condutor comum tal como o cobre, a corrente é fisicamente devida ao movimento dos elétrons negativamente carregados. Consequentemente, quando falamos da corrente em tal condutor, a direção da corrente é oposta à direção do fluxo dos elétrons. Por outro lado, se considerarmos um feixe de prótons positivamente carregados em um acelerador de partículas, a corrente está na direção do movimento dos prótons. Em alguns casos - gases e eletrólitos, por exemplo -, a corrente é o resultado do

fluxo de partículas carregadas positiva e negativamente. É comum a referência a uma partícula carregada em movimento (positiva ou negativa) como um portador de carga móvel. Por exemplo, os portadores da carga em um metal são os elétrons.

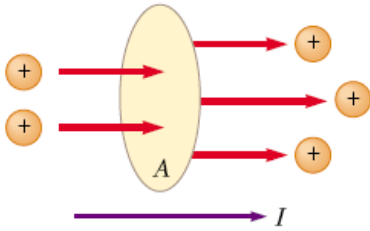


FIGURA 3 Cargas em movimento através de uma área A. A taxa temporal à qual a carga flui através da área é definida como a corrente I. A direção da corrente é a direção na qual as cargas positivas fluirão quando estiverem livres para fazê-lo.

Portanto, descrevemos as correntes como se elas fossem um fluxo de cargas positivas, mesmo em casos nos quais sabemos que a corrente real é produzida pelos elétrons. Portanto, a corrente tanto no caso da Figura 2a quanto no caso da Figura 2b é considerada no sentido da esquerda para a direita.

Na Figura 4, indicamos o segmento de um condutor no qual uma corrente está fluindo. Consideramos as cargas positivas, de modo que elas se movem no mesmo sentido da corrente. Definimos a corrente através da área com seção reta A como igual ao fluxo total das cargas através da área por unidade de tempo. Logo, se uma carga total dQ flui através de uma área em um intervalo de tempo dt, a corrente I através da área é dada por

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [1]$$

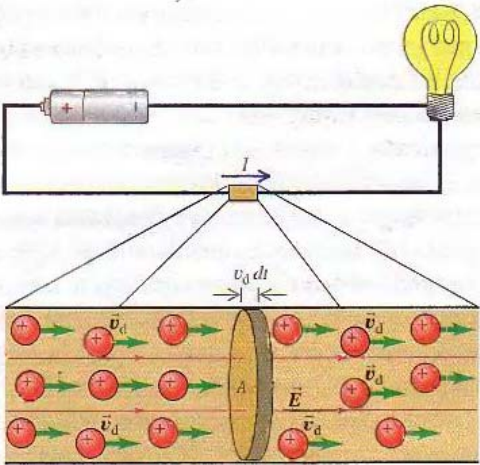


FIGURA 4 A corrente através da área com seção reta A é a taxa da variação com o tempo da carga transferida através de A. O movimento caótico de cada partícula possui velocidade média igual a zero e a corrente resultante apresenta o mesmo sentido de  $\vec{E}$ . Quando a carga que se move é positiva, como indicado aqui, a velocidade de arraste  $\vec{v}_d$  possui o mesmo sentido da corrente e de  $\vec{E}$ ; quando a carga que se move é negativa, a velocidade de arraste apresenta sentido contrário.

A unidade SI de corrente denomina-se ampère; um ampère é definido como um coulomb por segundo ( $1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$ ). O nome dessa unidade foi dado em homenagem ao cientista francês André Marie Ampère (1775-1836).

## 02.1 CORRENTE, VELOCIDADE DE ARRASTE E DENSIDADE DE CORRENTE

Podemos expressar uma corrente com base na velocidade de arraste das cargas que se movem. Vamos considerar novamente a situação indicada na Figura 4: um condutor com seção reta de área A e um campo elétrico  $\vec{E}$  orientado da esquerda para a direita. Para começarmos, suponhamos que as cargas livres do condutor sejam positivas; então a velocidade de arraste possui o mesmo sentido do campo elétrico.

Imagine que existam n partículas carregadas por unidade de volume. A grandeza n denomina-se concentração das partículas; sua unidade SI é  $\text{m}^{-3}$ . Suponha que todas as partículas se movam com a mesma velocidade de arraste com módulo  $v_d$ . Em um intervalo de tempo dt, cada partícula se desloca uma distância  $v_d dt$ . As partículas que fluem para fora da extremidade direita do cilindro sombreado de comprimento  $v_d dt$  durante o tempo dt são as partículas que estavam no interior desse cilindro no início do intervalo dt. O volume do cilindro é dado por  $Av_d dt$  e o número de partículas em seu interior é  $nAv_d dt$ . Se cada partícula possui uma carga q, a carga dQ que flui para fora da extremidade direita do cilindro durante o tempo dt é dada por

$$dQ = q(nAv_d dt) = nqv_d A dt$$

e a corrente é

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_d A$$

A densidade de corrente J é definida como a corrente que flui por unidade de área da seção reta:

$$J = \frac{I}{A} = nqv_d$$

As unidades de densidade de corrente são ampères por metro quadrado ( $\text{A/m}^2$ ). Quando as cargas que se

movem forem negativas em vez de positivas, como na Figura 2b, a velocidade de arraste terá sentido contrário ao de  $\vec{E}$ . Porém, a corrente apresentará ainda o mesmo sentido de  $\vec{E}$  em cada ponto do condutor. Portanto, a densidade de corrente  $J$  e a corrente  $I$  não dependem do sinal da carga  $q$ , portanto, nas expressões anteriores para  $J$  e para  $I$  podemos substituir a carga  $q$  por seu valor absoluto  $|q|$ :

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A \quad [2]$$

$$J = \frac{I}{A} = n|q|v_d \quad [3]$$

A corrente em um condutor é igual ao produto da concentração das cargas que se movem, vezes o módulo da carga que se move, vezes o módulo da velocidade de arraste e vezes a área da seção reta do condutor.

Podemos também definir um vetor densidade de corrente que inclui o sentido da velocidade de arraste:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_d \quad [4]$$

Não existe nenhum sinal de valor absoluto na Equação (4). Quando  $q$  é positivo,  $\vec{v}_d$  tem o mesmo sentido de  $\vec{E}$ , e, quando  $q$  é negativo,  $\vec{v}_d$  tem sentido contrário ao de  $\vec{E}$ ; porém em qualquer dos dois casos  $\vec{J}$  apresenta sempre o mesmo sentido de  $\vec{E}$ . A Equação (3) fornece o módulo  $J$  do vetor densidade de corrente  $\vec{J}$ .

### 03. RESISTIVIDADE

A densidade de corrente total  $\vec{J}$  em um condutor depende do campo elétrico  $\vec{E}$  e das propriedades do material. Essa dependência em geral é muito complexa. Porém, para certos materiais, especialmente para os metais, em uma dada temperatura,  $\vec{J}$  é quase diretamente proporcional a  $\vec{E}$ , e a razão entre os módulos,  $\vec{E}/\vec{J}$ , permanece constante. Essa relação, chamada de lei de Ohm, foi descoberta em 1826 pelo físico alemão Georg Simon Ohm (1787-1854). A palavra "lei" deveria na verdade estar entre aspas, porque a lei de Ohm, assim como a lei dos gases ideais e a lei de Hooke, fornece um modelo idealizado que descreve muito bem o comportamento de alguns materiais, porém não fornece uma descrição geral para todos os materiais. Na discussão seguinte, vamos supor que a lei de Ohm seja válida, embora existam muitas situações para as quais ela não é aplicável. Esse caso é semelhante ao que ocorre com as forças de atrito estático e cinético; tomamos essas forças de atrito como diretamente proporcionais às respectivas forças normais, embora tenhamos visto que essa descrição é apenas uma aproximação.

Definimos a resistividade  $\rho$  de um material como a razão entre o módulo do campo elétrico e o módulo da densidade de corrente:

$$\rho = \frac{E}{J} \quad [5]$$

Quanto maior for o valor da resistividade, maior será o campo elétrico necessário para produzir uma dada densidade de corrente ou menor será a densidade de corrente gerada por um dado campo elétrico. É possível observar na Equação (5) que as unidades de  $\rho$  são  $(V/m)/(A/m^2) = Vm/A$ . Como veremos na próxima seção, 1 V/A denomina-se 1 ohm ( $1\Omega$ ; usamos a letra grega maiúscula "ômega" para designar "ohm"). Logo, as unidades SI de  $\rho$  são  $\Omega m$  (ohm vezes metro). Alguns valores da resistividade são indicados na Tabela 1.

Material	Resistividade ( $\Omega m$ )
Prata	$1,68 \times 10^{-8}$
Cobre	$1,69 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2,75 \times 10^{-8}$
Tungstênio	$5,25 \times 10^{-8}$
Ferro	$9,68 \times 10^{-8}$
Platina	$10,6 \times 10^{-8}$
Manganina	$48,2 \times 10^{-8}$
Silício Puro	$2,5 \times 10^3$
Vidro	$10^{10} - 10^{14}$

TABELA 1 Valores da resistividade de alguns materiais.

Um condutor perfeito deveria ter resistividade igual a zero e um isolante perfeito deveria ter resistividade infinita. Os metais e as ligas metálicas são os materiais com menor resistividade e também os melhores condutores. A resistividade de um isolante é cerca de  $10^{22}$  vezes mais elevada do que a resistividade de um condutor.

Um semiconductor possui uma resistividade intermediária entre a de um metal e a de um isolante. Esse tipo de

material é importante por causa do modo como sua resistividade varia com a temperatura e com as impurezas.

Um material que obedece razoavelmente à lei de Ohm denomina-se condutor ôhmico ou condutor linear. Para esse tipo de material, a uma dada temperatura,  $\rho$  é uma constante que não depende do valor de  $\vec{E}$ . Muitos materiais exibem um comportamento substancialmente diferente do indicado pela lei de Ohm; eles são chamados de materiais não-ôhmicos ou não-lineares. Para esses materiais,  $\vec{J}$  depende de  $\vec{E}$  de modo mais complexo.

### 03.1 RESISTIVIDADE E TEMPERATURA

A resistividade de um condutor metálico quase sempre cresce com o aumento da temperatura, como indica a Figura 5. À medida que a temperatura aumenta, os íons do condutor vibram com uma amplitude mais elevada, aumentando a probabilidade das colisões dos elétrons com os íons. Isso dificulta o arraste dos elétrons através do condutor e, portanto, faz diminuir a corrente. Havendo um intervalo de temperatura pequeno (até cerca de 100°C), a resistividade de um metal pode ser aproximadamente representada pela equação

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad [6]$$

onde  $\rho_0$  é a resistividade para uma temperatura de referência  $T_0$  (geralmente considerada como 0°C ou 20°C) e  $\rho(T)$  é a resistividade para uma temperatura  $T$ , que pode ser maior ou menor do que  $T_0$ . O fator  $\alpha$  denomina-se coeficiente de temperatura da resistividade.

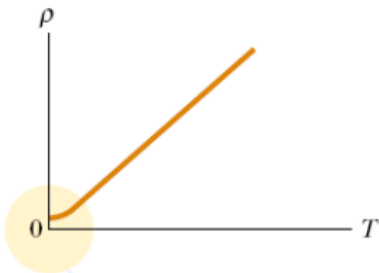
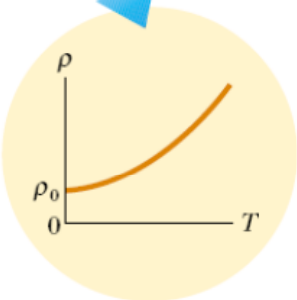


FIGURA 5 Variação da resistividade em função da temperatura para um metal normal.



A resistividade da grafita (um material não-metálico) diminui quando a temperatura aumenta, visto que em temperaturas elevadas muito mais elétrons ficam "mais fracamente ligados" aos átomos e adquirem maior mobilidade; portanto, o coeficiente de temperatura da resistividade da grafita é negativo. O mesmo tipo de comportamento ocorre para os materiais semicondutores (Figura 6). A medida da resistência de um pequeno cristal semiconductor pode servir portanto para uma sensível medida de temperatura; esse é o princípio de funcionamento de um termômetro denominado termistor.

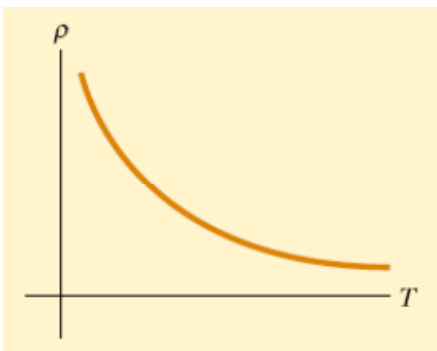


FIGURA 6 Variação da resistividade em função da temperatura para um semiconductor.

Alguns materiais, incluindo metais, ligas metálicas e óxidos, apresentam um fenômeno chamado de supercondutividade. À medida que a temperatura diminui, a resistividade cai lentamente, como em qualquer metal. Porém, para uma certa temperatura crítica  $T_c$ , ocorre uma transição de fase, e a resistividade diminui bruscamente. Se uma corrente for estabelecida em um anel supercondutor, ela permanecerá circulando no anel indefinidamente sem a

necessidade de nenhuma fonte de alimentação.

A supercondutividade foi descoberta em 1911 pelo físico holandês Heike Kamerlingh Onnes (1853-1926). Ele observou que, para temperaturas muito baixas, menores do que 4,2 K, a resistividade do mercúrio caía para zero rapidamente. Durante 75 anos após essa descoberta, o valor máximo de  $T_c$  conseguido era da ordem de 20 K. Isso significa que a supercondutividade só podia ser obtida usando-se o hélio líquido, que é muito caro, cuja temperatura de ebulição é de 4,2 K, ou o hidrogênio líquido, que é explosivo, cuja temperatura de ebulição é de 20,3 K. Porém, em 1986, Karl Muller e Johannes Bednorz descobriram um óxido de bário, lantânio e cobre com  $T_c$  da ordem de 40 K, dando início a uma corrida para desenvolver materiais com "temperaturas críticas elevadas".

#### 04. RESISTÊNCIA ELÉTRICA

Para um condutor com resistividade  $\rho$ , a densidade de corrente  $\vec{J}$  em um ponto que possui um campo elétrico  $\vec{E}$  é dada pela Equação (5), que pode ser escrita na forma

$$\vec{E} = \rho \vec{J} \quad [7]$$

Quando a lei de Ohm é válida,  $\rho$  permanece constante e não depende do módulo do campo elétrico; logo,  $\vec{E}$  é diretamente proporcional a  $\vec{J}$ . Contudo, geralmente estamos mais interessados em saber o valor da corrente total em um condutor do que o valor de  $\vec{J}$  e mais interessados em saber o valor da diferença de potencial nas extremidades do condutor do que o valor de  $\vec{E}$ . A razão disso é que as medidas de corrente e de diferença de potencial são mais fáceis de serem estabelecidas do que as medidas de  $\vec{J}$  e de  $\vec{E}$ .

Suponha que nosso condutor seja um fio de comprimento  $L$  e seção reta uniforme com área  $A$ , como indicado na Figura 7. Seja  $V$  a diferença de potencial entre a extremidade com potencial maior e a extremidade com potencial menor, de modo que  $V$  é positivo. A corrente flui sempre no sentido da extremidade com potencial maior para a de potencial menor. Isso ocorre porque a corrente em um condutor flui no sentido do vetor  $\vec{E}$ , qualquer que seja o sinal das cargas que se movem (Figura 2) e porque o vetor  $\vec{E}$  aponta no sentido da diminuição do potencial elétrico. À medida que a corrente flui através da diferença de potencial, ocorre perda de energia potencial elétrica; essa energia é transferida aos íons do material do condutor durante as colisões.

Podemos também relacionar o valor da corrente  $I$  com a diferença de potencial nas extremidades do condutor. Supondo que os módulos da densidade de corrente  $\vec{J}$  e do campo elétrico  $\vec{E}$  sejam uniformes através do condutor, a corrente total  $I$  é dada por  $I = JA$  e a diferença de potencial  $V$  entre as extremidades é dada por  $V = EL$ . Explicitando nessas equações  $E$  e  $J$  e substituindo esses valores na Equação (7), obtemos

$$V = \rho \frac{L}{A} I \quad [8]$$

O resultado anterior mostra que, quando  $\rho$  é constante, a corrente total  $I$  é proporcional à diferença de potencial  $V$ .

A razão entre  $V$  e  $I$  para um dado condutor denomina-se resistência  $R$ :

$$R = \frac{V}{I} \quad [9]$$

Comparando a definição de  $R$  com a Equação (8), vemos que a resistência  $R$  de um dado condutor está relacionada com a resistividade  $\rho$  do material do condutor obedecendo à equação

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad [10]$$

Quando  $\rho$  for constante, como no caso dos materiais ôhmicos, então  $R$  também será constante.

A equação

$$V = RI \quad [11]$$

é geralmente chamada de lei de Ohm, contudo é importante entender que o verdadeiro significado da lei de Ohm consiste na indicação de uma proporcionalidade direta (para alguns materiais) de  $V$  com  $I$  ou de  $J$  com  $E$ . A Equação (9) ou a Equação (11) define a resistência  $R$  para qualquer condutor que obedeça ou não à lei de Ohm, porém somente no caso de  $R$  ser constante é que essa relação é chamada de lei de Ohm.

A Equação (10) mostra que a resistência de um fio ou de outro condutor com seção reta uniforme é diretamente proporcional ao comprimento do fio e inversamente proporcional à área de sua seção reta. Ela também é proporcional à resistividade do material com o qual o condutor é feito.



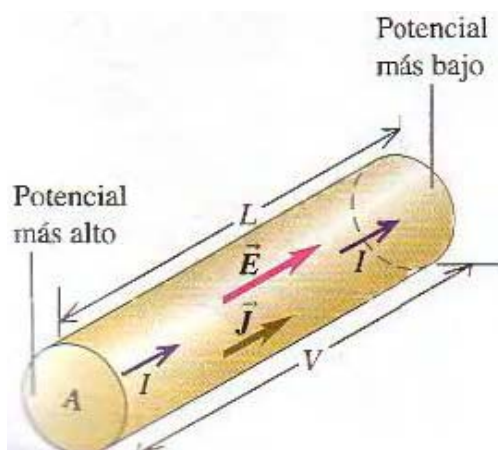



FIGURA 7 Um condutor com seção reta uniforme. A densidade de corrente é uniforme em qualquer seção reta e o campo elétrico é constante ao longo do comprimento. A corrente flui do potencial maior para o potencial menor.

Um resistor é um elemento que possui um dado valor de resistência em suas extremidades. O símbolo para um resistor em diagramas de circuito é uma linha em ziguezague (——).

Dois tipos comuns de resistores são: o resistor da composição, que contém carbono, e o resistor metálico, constituído por um fio metálico enrolado em um núcleo.



FIGURA 8 Um sortimento de resistores utilizados em circuitos elétricos.

Resistores com resistências no intervalo de  $0,1$  até  $10^7 \Omega$  podem ser adquiridos em casas comerciais. Os resistores individuais usados em circuitos eletrônicos geralmente são cilindros com dimensões de alguns milímetros de diâmetro e de comprimento e possuem fios que saem de suas extremidades. A resistência pode ser marcada sobre o resistor usando-se um código de cores mediante a convenção, conforme a Figura 9 e a Tabela 2.



FIGURA 9 As faixas coloridas de um resistor representam um código para determinar sua resistência. As duas primeiras cores fornecem os dois primeiros dígitos no valor da resistência. A terceira cor representa a potência de dez multiplicadora do valor da resistência. A última cor é a tolerância do valor da resistência.

As duas primeiras faixas (começando com a faixa mais próxima de uma das extremidades) indicam dígitos e a terceira faixa mostra o fator de multiplicação em potências de 10. Por exemplo, se na Figura 9 a primeira faixa fosse amarela e a segunda fosse violeta, de acordo com a Tabela 2 obteríamos o número 47; supondo que a terceira faixa fosse laranja, a potência seria  $10^3$ ; portanto, um resistor com a combinação de cores amarelo-violeta-laranja teria uma resistência igual a  $47 \times 10^3 \Omega$  ou  $47 \text{ k}\Omega$ . A quarta faixa, quando existe, indica a precisão do valor: quando não há nenhuma faixa, a precisão é de 20%; para uma faixa prateada a precisão é de 10%, e para uma faixa dourada a precisão é de 5%. Por exemplo, se na Figura 9 a quarta faixa fosse prateada, a precisão seria de 10%. Outra característica importante de um resistor é a potência máxima que ele pode dissipar sem se danificar.

1ª CIFRA	2ª CIFRA	MULTIPLICADOR	TOLERÂNCIA
PRETO=0	PRETO=0	X1	PRATA=10%
MARROM=1	MARROM=1	X10	OURO=5%
VERMELHO=2	VERMELHO=2	X100	PARA LER SEU VALOR VAMOS VER A TABELA DO CODIGO DE CORES, PARA O QUAL COLOCAREMOS A RESISTÊNCIA NA HORIZONTAL, COM A TARJA DOURADA OU PRATA À DIREITA.
LARANJA=3	LARANJA=3	X1000	
AMARELO=4	AMARELO=4	X10.000	
VERDE=5	VERDE=5	X100.000	
AZUL=6	AZUL=6	X1.000.000	
VIOLETA=7	VIOLETA=7	X10.000.000	
CINZA=8	CINZA=8	OURO	
BRANCO=9	BRANCO=9	PRATA	

TABELA 2 Código de cores para resistores.

## 05. ENERGIA ELÉTRICA E POTÊNCIA

Na seção 2, discutimos as transformações de energia que ocorrem em um circuito. Se uma bateria é usada para criar uma corrente elétrica em um condutor, há uma transformação contínua da energia química na bateria em energia cinética dos elétrons e em energia interna no condutor, tendo como consequência um aumento na temperatura do condutor.

Em circuitos elétricos típicos, a energia é transferida de uma fonte, tal como uma bateria, para algum dispositivo, tal como uma lâmpada ou um receptor de rádio. Vamos determinar uma expressão que nos permita calcular a taxa dessa transferência de energia. Primeiramente, considere o circuito simples na Figura 10, no qual imaginamos que a energia esteja sendo transferida para um resistor. Como os fios de conexão também têm resistência, parte da energia vai para os fios e parte da energia vai para o resistor. A menos que seja informado de outra maneira, adotaremos um modelo de simplificação em que a resistência dos fios é tão pequena comparada com a resistência do elemento de circuito que desprezaremos a energia transferida para os fios.

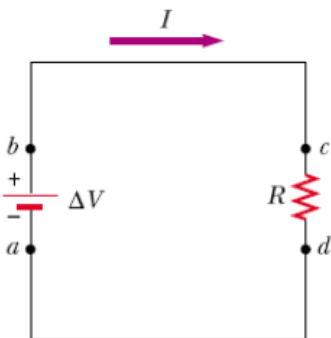


FIGURA 10 Um circuito que consiste em um resistor de resistência  $R$  e uma bateria com diferença de potencial  $\Delta V$  entre seus terminais. A carga positiva flui no sentido horário.

Analisemos agora a transferência de energia do circuito em que uma bateria é conectada a um resistor de resistência  $R$ , como na Figura 10. Imagine que seguimos uma quantidade positiva da carga  $Q$  em torno do circuito a partir do ponto  $a$ , passando através da bateria e do resistor, e voltando para  $a$ . O ponto  $a$  é um ponto de referência no qual o potencial é definido como zero. Identificamos o circuito inteiro como nosso sistema. Quando a carga vai de  $a$  para  $b$  através da bateria, cuja diferença de potencial é  $\Delta V$ , a energia potencial elétrica do sistema aumenta em  $Q\Delta V$  e a energia química na bateria diminui na mesma quantidade. (Relembre, do Capítulo 2, que  $\Delta U = q\Delta V$ .) Contudo, quando a carga se desloca de  $c$  para  $d$  através do resistor, o sistema perde essa energia potencial elétrica durante colisões com os átomos no resistor. Nesse processo, a energia é transformada em energia interna correspondente ao movimento vibracional aumentado dos átomos no resistor. Como desprezamos a resistência dos fios de conexão, nenhuma transformação de energia ocorre nos trechos  $bc$  e  $da$ . Quando a carga retorna ao ponto  $a$ , o resultado líquido é que parte da energia química na bateria foi para o resistor e permanece nele como energia interna associada com a vibração molecular.

O resistor está normalmente em contato com o ar, de modo que sua maior temperatura resulta em transferência de energia pelo calor para o ar. Além disso, a radiação térmica ocorre a partir do resistor, representando um outro meio de perda de energia. Depois de passado algum tempo, o resistor permanece a uma temperatura constante, quando a entrada da energia proveniente da bateria é equilibrada pela saída da energia pelo calor e pela radiação. Alguns dispositivos elétricos incluem dissipadores de calor conectados a partes do circuito para impedir que estas alcancem temperaturas perigosamente altas. Esses dispositivos são constituídos de partes metálicas com muitas aletas. A condutividade térmica elevada do metal fornece transferência rápida da energia pelo calor para longe da componente quente e as várias aletas fornecem uma grande área de contato com o ar, de modo que a energia possa ser transferida pela radiação e para o ar pelo calor rapidamente.



Consideremos agora a taxa a que o sistema perde energia potencial elétrica quando a carga  $Q$  atravessa o resistor:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d}{dt}(Q\Delta V) = \frac{dQ}{dt}\Delta V = I\Delta V$$

onde  $I$  é a corrente no circuito. Naturalmente, o sistema recobra essa energia potencial quando a carga atravessa a bateria, à custa da energia química da bateria. A taxa a que o sistema perde energia potencial quando a carga atravessa o resistor é igual à taxa a que o sistema ganha energia interna no resistor. Assim, a potência  $\phi$  representando a taxa a que a energia é fornecida para o resistor, é dada por

$$\phi = I\Delta V \quad [12]$$

Desenvolvemos esse resultado considerando uma bateria fornecendo energia para um resistor. Entretanto, a Equação 12 pode ser usada para determinar a potência transferida de uma fonte de voltagem para qualquer dispositivo que transporta uma corrente  $I$  e tem uma diferença de potencial  $\Delta V$  entre seus terminais.

Usando a Equação 12 e o fato de que  $\Delta V = IR$  para um resistor, podemos expressar a potência entregue ao resistor de outras formas

$$\phi = I^2R = \frac{\Delta V^2}{R} \quad [13]$$

A unidade SI de potência é o watt, introduzido no Capítulo de Trabalho e Potência visto em Mecânica. Se você analisar as unidades nas Equações 12 e 13, verá que o resultado do cálculo fornece um watt como a unidade. A potência fornecida a um condutor de resistência  $R$  é frequentemente chamada de uma perda  $I^2R$ .

## 06. ASSOCIAÇÃO DE RESISTORES

Os resistores existem em todos os tipos de circuitos, desde um secador de cabelos e aquecedores elétricos até circuitos que dividem ou limitam correntes e voltagens. Tais circuitos geralmente contêm muitos resistores, de modo que é conveniente estudar *combinações* de resistores. Um exemplo simples é fornecido pelo conjunto de lâmpadas usadas como decoração em festas; cada lâmpada é um resistor, e do ponto de vista da análise de circuitos o conjunto de lâmpadas nada mais é do que uma combinação de resistores.

Qualquer que seja a combinação de resistores, podemos sempre encontrar um resistor único capaz de substituir a combinação inteira produzindo a mesma corrente e a mesma diferença de potencial. Por exemplo, é possível substituir o conjunto de lâmpadas usadas como decoração em festas por uma única lâmpada submetida à mesma diferença de potencial do conjunto e que consuma a mesma corrente do circuito original. Essa resistência única denomina-se resistência equivalente da combinação. Se qualquer um dos circuitos da Figura 11 for substituído pela resistência equivalente  $R_{eq}$ , podemos escrever

$$V_{ab} = IR_{eq} \quad \text{ou} \quad R_{eq} = V_{ab}/I$$

onde  $V_{ab}$  é a diferença de potencial entre os terminais  $a$  e  $b$  do circuito e  $I$  é a corrente no ponto  $a$  ou  $b$ . Para calcularmos a resistência equivalente, supomos uma diferença de potencial  $V_{ab}$  nos terminais do circuito real, calculamos a corrente correspondente  $I$  e obtemos a razão  $V_{ab}/I$ .

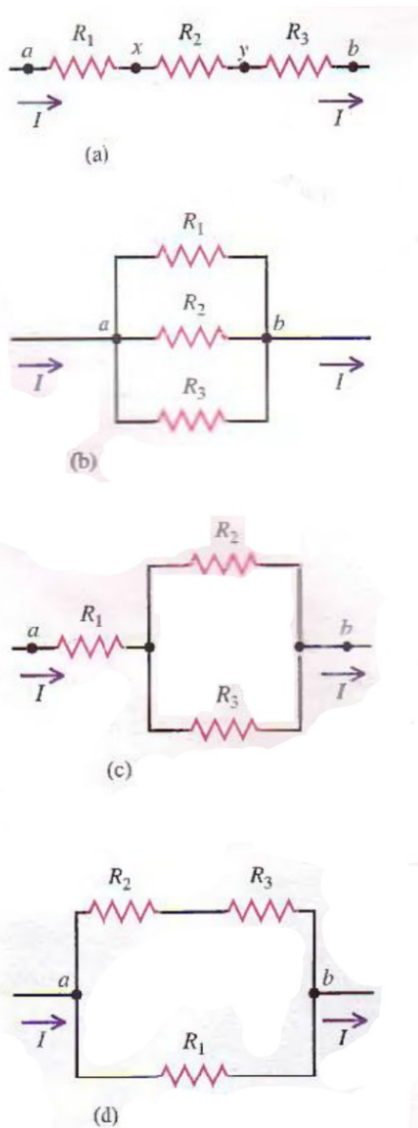


FIGURA 11 Quatro modos diferentes para a ligação entre três resistores.

### 06.1 RESISTORES EM SÉRIE

Podemos deduzir relações gerais para a resistência equivalente de combinações de resistores em série e em paralelo. Quando os resistores estão ligados em série, como indicado na Figura 11a, a corrente  $I$  deve ser a mesma através de todos os resistores.

Aplicando  $V = IR$  para cada resistor, obtemos

$$V_{ax} = IR_1$$

$$V_{xy} = IR_2$$

$$V_{yb} = IR_3$$

$$V_{ab} = V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

A diferença de potencial nos terminais dos resistores não precisa ser a mesma (exceto no caso especial em que todas as três resistências sejam iguais). A diferença de potencial  $V_{ab}$  através da combinação inteira é a soma das diferenças de potencial através de cada elemento.

Logo,

$$\frac{V_{ab}}{I} = (R_1 + R_2 + R_3)$$

A razão  $V_{ab}/I$  é, por definição, a resistência equivalente  $R_{eq}$ . Portanto,

$$R_{eq} = (R_1 + R_2 + R_3)$$

É fácil generalizar o resultado anterior para um número qualquer de resistores:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \quad [14]$$

A resistência equivalente de qualquer número de resistores conectados em série é igual à soma das resistências individuais. A resistência equivalente é maior do que qualquer uma das resistências individuais.

### 06.2 RESISTORES EM PARALELO

Quando os resistores são ligados em paralelo, como na Figura 11b, a corrente em cada resistor não precisa ser a mesma. Contudo, a diferença de potencial nos terminais de cada resistor deve ser a mesma e igual a  $V_{ab}$ . (Lembre-se de que a diferença de potencial entre dois pontos não depende da trajetória que liga esses pontos.) Vamos designar por  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  as correntes que passam nos resistores. Então, usando  $I = V/R$ , obtemos

$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1},$$

$$I_2 = \frac{V_{ab}}{R_2},$$

$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3}.$$

Geralmente, a corrente é diferente em cada resistor. Como a carga não pode se acumular nem ser extraída do ponto a, a corrente total  $I$  deve ser igual à soma das três correntes que passam nos resistores:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{ab} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

ou

$$\frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

Porém, de acordo com a definição de resistência equivalente  $R_{eq}$ , temos  $I/V_{ab} = 1/R_{eq}$ ; logo,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

É fácil generalizar o resultado anterior para um número qualquer de resistores em paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad [15]$$

Para qualquer número de resistores conectados em paralelo, o inverso da resistência equivalente é igual à soma dos inversos das resistências individuais. A resistência equivalente é sempre menor do que qualquer uma das resistências individuais.

Para o caso especial de dois resistores em paralelo,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad [16]$$

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Um circuito complicado composto por resistores pode frequentemente ser reduzido a um circuito simples que contém somente um resistor. Para fazer isso, examine o circuito inicial e substitua todos os resistores em série ou todos em paralelo pelas resistências equivalentes usando as Equações 14 e 15. Trace um esquema do novo circuito depois que essas mudanças forem feitas. Examine o novo circuito e substitua todas as novas combinações em série ou em paralelo que existirem agora. Continue com esse processo até que uma única resistência equivalente seja encontrada para todo o circuito.

Se é para ser encontrada em um circuito complicado a corrente entrando em um resistor, ou a diferença de potencial no resistor, comece com o circuito final e obtenha os seus resultados retroativamente por meio dos circuitos equivalentes, encontrando as correntes e voltagens nos resistores usando  $\Delta V = IR$  e sua compreensão das combinações em série e em paralelo.

Os circuitos domésticos estão sempre ligados de modo que os aparelhos elétricos sejam conectados em paralelo, como na Figura 12. Dessa maneira, todo aparelho funciona independentemente do outro, de forma que, se um for desligado, o outro permanece ligado. Por exemplo, se uma das lâmpadas na Figura 12 fosse retirada de seu soquete, a outra continuaria a funcionar.

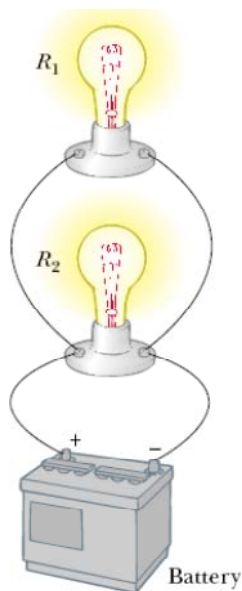


FIGURA 12 Uma conexão em paralelo de duas lâmpadas com resistências  $R_1$  e  $R_2$ .

Se os aparelhos fossem conectados em série, a voltagem aplicada à combinação seria dividida entre os aparelhos, de modo que a voltagem aplicada a qualquer um dos aparelhos dependeria de quantos aparelhos estivessem na combinação.

Em muitos circuitos domésticos, são usados disjuntores em série com outros elementos do circuito por razões de segurança. Um disjuntor é projetado para desligar e abrir o circuito a uma certa corrente máxima (normalmente 15 A ou 20 A) cujo valor depende da natureza do circuito. Se um disjuntor não fosse usado, as correntes excessivas resultantes da ligação de muitos aparelhos poderiam resultar em temperaturas excessivas nos fios e talvez provocassem um incêndio. Em casas mais antigas, eram usados fusíveis no lugar dos disjuntores. Quando a corrente em um circuito excede certo valor, funde o condutor em um fusível e, com isso, abre o circuito. A desvantagem dos fusíveis é que eles são destruídos no processo de abrir o circuito, enquanto os disjuntores podem ser religados.

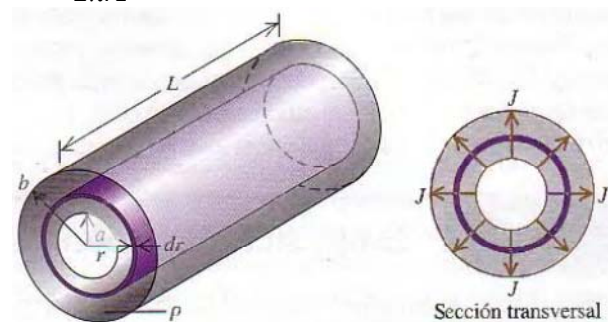
### EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. O cilindro oco indicado na Figura abaixo possui comprimento  $L$ , raio interno  $a$  e raio externo  $b$ . Ele é feito com um material cuja resistividade é igual a  $\rho$ . Existe uma diferença de potencial entre a superfície interna e a superfície externa do cilindro (cada uma das quais é uma superfície equipotencial), de modo que a corrente escoar radialmente entre as paredes do cilindro. Qual é a resistência para esse escoamento radial?

#### SOLUÇÃO:

Não podemos usar diretamente a Equação (10) porque a seção reta através da qual a carga se escoar não é constante; ela varia de  $2\pi aL$  na superfície interna até  $2\pi bL$  na superfície externa. Então, em vez disso, vamos considerar uma casca cilíndrica de raio  $r$  e espessura  $dr$ . A resistência  $dR$  dessa casca cilíndrica, entre a superfície interna e a superfície externa, corresponde à resistência de um condutor de comprimento  $dr$  e área  $2\pi rL$ , ou seja,

$$dR = \frac{\rho dr}{2\pi rL}$$



A corrente passa sucessivamente através de todas essas cascas cilíndricas entre a superfície de raio interno  $a$  e a superfície de raio externo  $b$ . De acordo com a Equação (11), a diferença de potencial através de uma casca cilíndrica é dada por  $dV = IdR$  e a diferença de potencial total entre a superfície interna e a externa é a soma das diferenças de potenciais de todas as cascas. A corrente total é a mesma através de todas as cascas, de modo que a resistência total é a

soma das resistências de todas as cascas. Como a área  $2\pi rL$  está variando entre os limites  $r = a$  e  $r = b$ , é necessário integrar a expressão de  $dR$  escrita anteriormente. A resistência total é, portanto, dada por

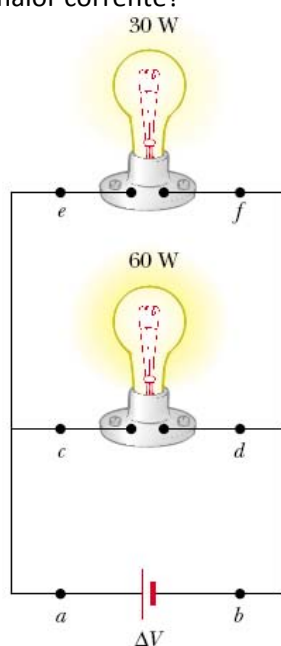
$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L} \ln \frac{b}{a}$$

02. Suponha que um fio com corrente tem uma área de seção transversal que se torna gradualmente menor ao longo do fio, de modo que o fio tenha a forma de um cone muito longo. Como a velocidade de migração dos elétrons varia ao longo do fio?

**SOLUÇÃO:**

Cada parcela do fio está transportando a mesma quantidade de corrente de outra maneira, a carga aumentaria ou desapareceria em algum lugar ao longo do fio. Assim, para a Equação 3 ser satisfeita, à medida que a área de seção transversal diminui, a velocidade de migração deve aumentar para manter a corrente constante. Essa velocidade de migração aumentada é resultado das linhas do campo elétrico no fio que estão sendo distribuídas em uma área menor, aumentando, assim, o valor do campo e, por sua vez, aumentando a força elétrica sobre os elétrons.

03. Duas lâmpadas A e B estão conectadas na mesma diferença de potencial como na Figura abaixo. São mostrados na figura os fornecimentos de potência elétrica para as lâmpadas. Qual lâmpada tem a maior resistência? Qual transporta a maior corrente?



**SOLUÇÃO:**

Como a voltagem em cada lâmpada é a mesma e a taxa de energia fornecida a um resistor é  $P = (\Delta V)^2/R$ , a lâmpada com a resistência mais baixa tem a maior taxa de transferência de energia. Nesse caso, a resistência de A é maior do que a resistência de B. Além disso, como  $P = I\Delta V$ , vemos que a corrente transportada por B é maior do que aquela transportada por A.

04. Um fio de cobre cuja área de seção transversal é  $3,00 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$  tem uma corrente de 10,0 A. Encontre a velocidade de migração dos elétrons nesse fio. A densidade do cobre é  $8,95 \text{ g/cm}^3$ .

**SOLUÇÃO:**

Na Tabela Periódica dos Elementos, encontramos a massa molar do cobre, que é 63,5 g/mol. Conhecer a densidade do cobre nos permite calcular o volume ocupado por 63,5 g de cobre:

$$V = \frac{M}{d} = \frac{63,5}{8,95} = 7,09 \text{ cm}^3 / \text{mol}$$

Lembre-se de que 1 mol de qualquer substância contém o número de Avogadro de átomos,  $6,02 \cdot 10^{23}$  átomos. Se considerarmos então que cada átomo de cobre contribui com um elétron livre para o corpo do material, a densidade dos elétrons livres é



$$n = \frac{6,02 \cdot 10^{23}}{7,09} = 8,48 \cdot 10^{22} \text{ elétrons / cm}^3$$

ou

$$8,48 \cdot 10^{28} \text{ elétrons / m}^3$$

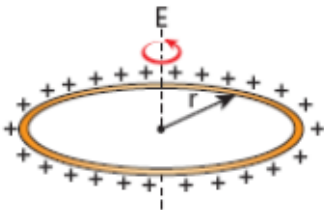
A partir da Equação 3, descobrimos que a velocidade de migração é

$$v_d = \frac{I}{nqA}$$

$$v_d = \frac{10}{8,48 \cdot 10^{28} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}$$

$$v_d = 2,46 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

05. Um anel de raio  $r$ , uniformemente eletrizado, com densidade linear de cargas (carga elétrica existente por unidade de comprimento do anel) igual a  $\lambda$ , gira em torno do eixo  $E$  com velocidade angular constante  $\omega$ .



Determine a intensidade da corrente elétrica gerada por esse anel.

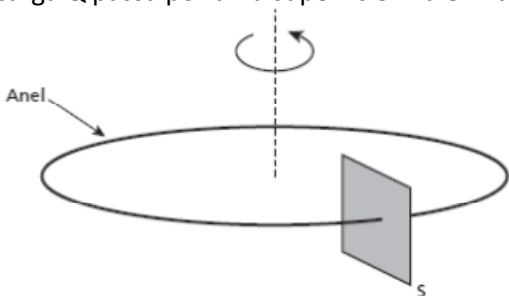
**SOLUÇÃO:**

Inicialmente, determinamos a carga total  $Q$  do anel:

$$\lambda = \frac{Q}{2\pi r}$$

$$Q = 2\pi r \lambda$$

Em uma volta completa do anel, decorre um intervalo de tempo igual ao seu período de rotação  $T$ , e uma quantidade de carga  $Q$  passa por uma superfície fixa e imaginária  $S$ , seccionando transversalmente o anel.



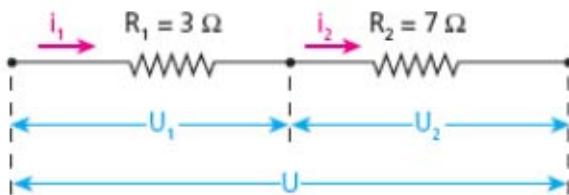
Então:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$I = \frac{Q}{T} = \frac{2\pi r \lambda}{2\pi / \omega}$$

$$I = \omega r \lambda$$

06. A figura representa a associação de dois resistores em série, em que a ddp  $U_1$  é igual a 12 V:



Determine:

- as intensidades de corrente  $i_1$  e  $i_2$ ;
- a ddp  $U_2$  e a ddp  $U$ ;
- a potência dissipada em cada resistor.

**SOLUÇÃO:**

a) Aplicando a Primeira Lei de Ohm ao resistor de resistência  $R_1$ , temos:

$$U_1 = R_1 i_1 \Rightarrow 12 = 3i_1 \Rightarrow i_1 = 4 \text{ A}$$

Como os dois resistores estão associados em série, tem-se:

$$i_2 = 4 \text{ A}$$

b) Aplicando a Primeira Lei de Ohm a  $R_2$ , vem:

$$U_2 = R_2 i_2 \Rightarrow U_2 = 7 \cdot 4 \Rightarrow U_2 = 28 \text{ V}$$

A ddp  $U$  é dada por:

$$U = U_1 + U_2 = 12 + 28 \Rightarrow U = 40 \text{ V}$$

Nota:

• A resistência equivalente da associação é igual a  $10 \Omega$ . A aplicação da Primeira Lei de Ohm à resistência equivalente também fornece a ddp  $U$ :

$$U = R_{eq} i = 10 \cdot 4 \Rightarrow U = 40 \text{ V}$$

c) Usando, por exemplo,  $Pot = U i$  nos resistores de resistências  $R_1$  e  $R_2$ , obtemos, respectivamente:

$$Pot_1 = U_1 i_1 = 12 \cdot 4 \Rightarrow Pot_1 = 48 \text{ W}$$

$$Pot_2 = U_2 i_2 = 28 \cdot 4 \Rightarrow Pot_2 = 112 \text{ W}$$

Observe que, em uma associação em série, a potência dissipada é maior no resistor de maior resistência.

Nota:

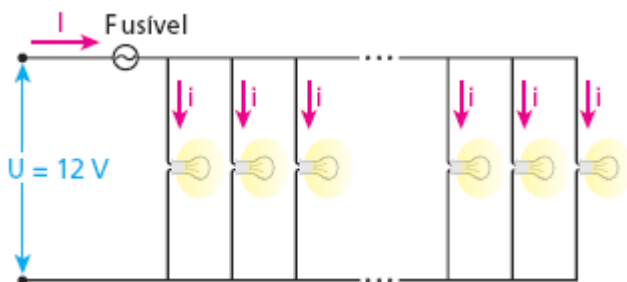
• A melhor expressão para comparar as potências dissipadas em resistores em série é  $Pot = R i^2$ , pois  $i$  é uma constante. Assim,  $Pot$  será tanto maior quanto maior for  $R$ .

07. Lâmpadas iguais, especificadas por  $18 \text{ W} - 12 \text{ V}$ , são associadas em paralelo, e os terminais da associação são submetidos a uma ddp  $U = 12 \text{ V}$ , rigorosamente constante, como mostra a figura a seguir.

O fusível indicado queima quando a intensidade  $I$  da corrente que o atravessa ultrapassa  $20 \text{ A}$ .

a) Calcule o máximo número de lâmpadas que podem ser associadas sem queimar o fusível.

b) O que acontece com as outras lâmpadas se uma delas se queimar?



**SOLUÇÃO:**

a) Como as lâmpadas são iguais e se submetem à mesma ddp, a corrente tem a mesma intensidade  $i$  em qualquer uma delas.

Usando  $Pot = U i$  em uma das lâmpadas, vamos calcular  $i$ :

$$Pot = U i \Rightarrow 18 = 12 \cdot i \Rightarrow i = 1,5 \text{ A}$$

Seja  $n$  o número de lâmpadas, temos:

$$I = n i = n \cdot 1,5$$

Como  $I$  deve ser menor ou igual a  $20 \text{ A}$ :

$$n \cdot 1,5 \leq 20 \Rightarrow n \leq 13,3 \Rightarrow n_{\text{máx}} = 13$$

Nota:

• Podemos resolver o item a de outra maneira. Pensando na associação como um todo, temos  $U = 12 \text{ V}$  e  $I_{\text{máx}} = 20 \text{ A}$ . Portanto, a potência máxima que pode ser dissipada é:

$$Pot_{\text{máx}} = U I_{\text{máx}} = 12 \cdot 20 \Rightarrow Pot_{\text{máx}} = 240 \text{ W}$$

Seja  $n$  o número de lâmpadas, cada uma operando com potência  $Pot = 18 \text{ W}$ , temos:

$$n Pot \leq Pot_{\text{máx}} \Rightarrow n \cdot 18 \leq 240$$

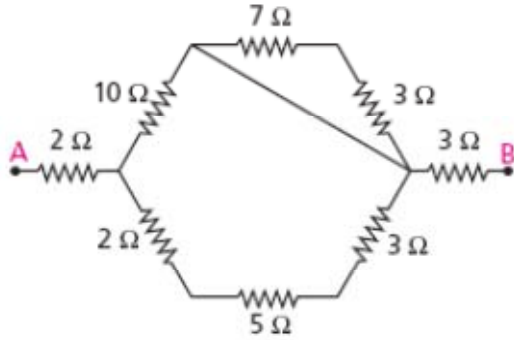
$$n_{\text{máx}} = 13$$

b) Nada. Continuam sendo percorridas pela mesma corrente de intensidade  $i$ , uma vez que permanecem submetidas à ddp  $U = 12 \text{ V}$ .

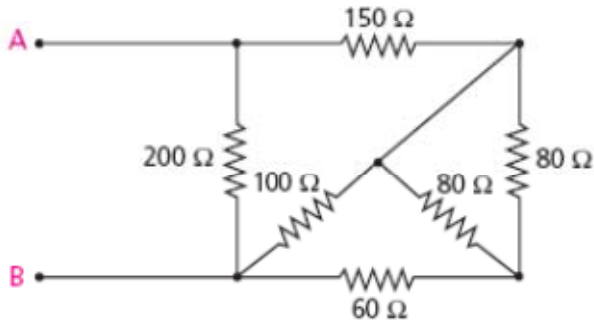
Assim, seus brilhos também não se alteram.

08. Nos circuitos esquematizados a seguir, calcule a resistência equivalente entre os pontos A e B:

a)



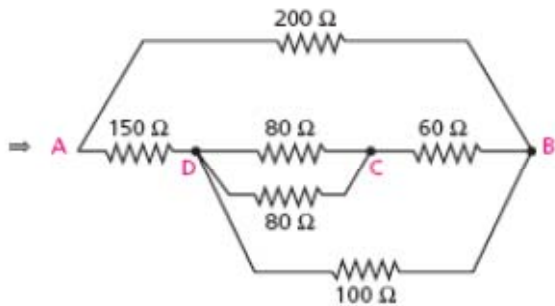
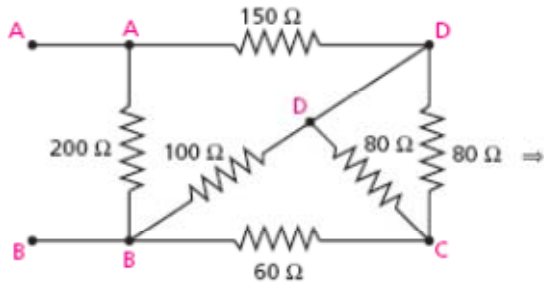
b)



**SOLUÇÃO:**

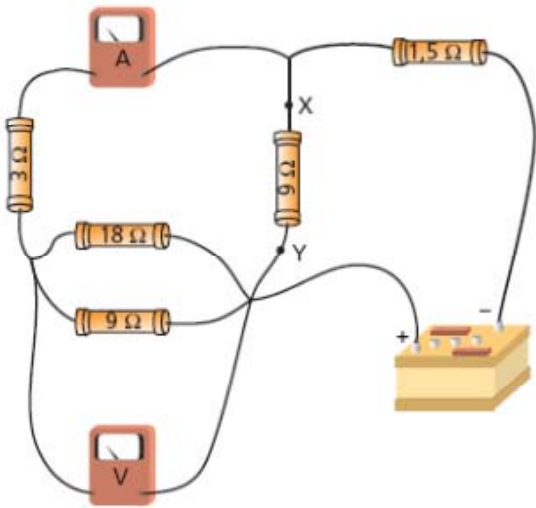
- a) •  $2\ \Omega$ ,  $5\ \Omega$  e  $3\ \Omega$  em série  $\Rightarrow 10\ \Omega$
- $7\ \Omega$  e  $3\ \Omega$  em série e curto-circuitados  $\Rightarrow$  eliminados
- $10\ \Omega$  e  $10\ \Omega$  em paralelo  $\Rightarrow 5\ \Omega$
- $2\ \Omega$ ,  $5\ \Omega$  e  $3\ \Omega$  em série  $\Rightarrow R_{AB} = 10\ \Omega$

b)



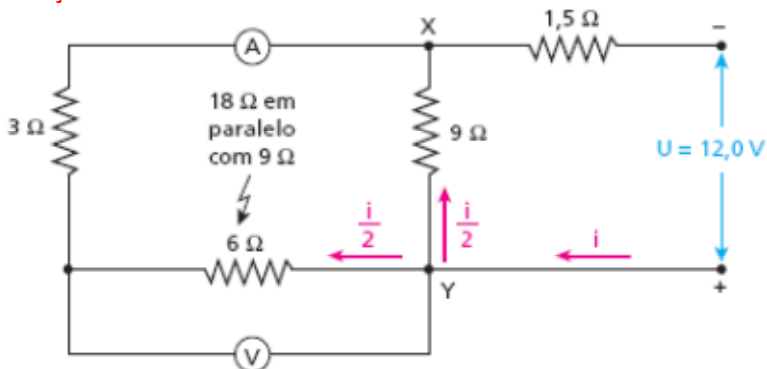
- $80\ \Omega$  em paralelo com  $80\ \Omega \Rightarrow 40\ \Omega$
- $40\ \Omega$  em série com  $60\ \Omega \Rightarrow 100\ \Omega$
- $100\ \Omega$  em paralelo com  $100\ \Omega \Rightarrow 50\ \Omega$
- $150\ \Omega$  em série com  $50\ \Omega \Rightarrow 200\ \Omega$
- $200\ \Omega$  em paralelo com  $200\ \Omega \Rightarrow R_{AB} = 100\ \Omega$

09. A figura abaixo representa um circuito elétrico constituído de um voltímetro (V) e um amperímetro (A) ideais, cinco resistores e uma bateria. A bateria fornece uma tensão de 12,0 V e o voltímetro registra 6,0 V.



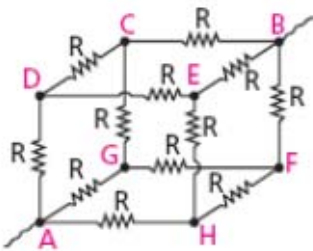
- a) Qual a leitura no amperímetro?  
 b) Qual a diferença de potencial no resistor de 1,5 Ω?  
 c) Qual a potência dissipada no resistor situado entre os pontos X e Y?

**SOLUÇÃO:**



- a)  $U = R_{eq} i \Rightarrow 12 = (1,5 + 4,5) i \Rightarrow i = 2,0 \text{ A} \Rightarrow i/2 = 1,0 \text{ A}$   
 b)  $U = R i = 1,5 \cdot 2,0 \Rightarrow U = 3,0 \text{ V}$   
 c)  $Pot = R (i/2)^2 = 9 \cdot 1^2 \Rightarrow Pot = 9,0 \text{ W}$

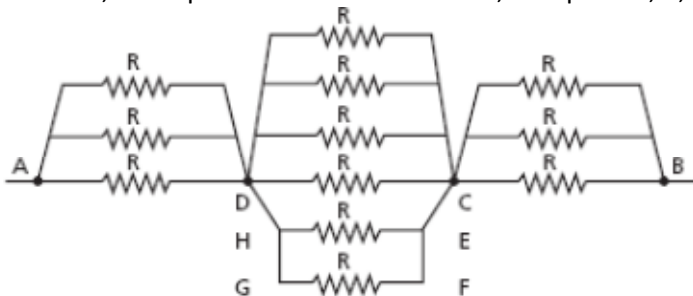
10. Doze resistores de resistências iguais a  $R$  são associados segundo as arestas de um cubo, como mostra a figura:



Determine a resistência equivalente entre A e B.

**SOLUÇÃO:**

Devido à simetria, os pontos D, H e G estão no mesmo potencial, o mesmo ocorrendo com os pontos C, E e F. Por isso, os pontos D, H e G podem ser unidos entre si, e os pontos, C, E e F também.



$$R_{eq} = \frac{R}{3} + \frac{R}{6} + \frac{R}{3}$$

$$R_{eq} = \frac{5R}{6}$$

## EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

01. Os artigos de jornal têm freqüentemente indicações tais como "10.000 volts de eletricidade atravessaram o corpo da vítima". O que há de errado nesta afirmação?

02. Um chuveiro elétrico tem potência de 2 800 W, e uma lâmpada incandescente tem potência de 40 W. Determine o tempo que a lâmpada deve ficar ligada para consumir a mesma energia gasta pelo chuveiro em dez minutos de funcionamento.

03. As lâmpadas fluorescentes iluminam muito mais do que as lâmpadas incandescentes de mesma potência. Nas lâmpadas fluorescentes compactas, a eficiência luminosa, medida em lumens por watt (lm/W), é da ordem de 60 lm/W e, nas lâmpadas incandescentes, da ordem de 15 lm/W. Em uma residência, 10 lâmpadas incandescentes de 100 W são substituídas por fluorescentes compactas que fornecem iluminação equivalente (mesma quantidade de lumens). Admitindo que as lâmpadas ficam acesas, em média, 6 horas por dia e que o preço da energia elétrica é de R\$ 0,20 por kWh, determine a economia mensal na conta de energia elétrica dessa residência.

04. Os aparelhos eletrodomésticos são freqüentemente marcados com uma voltagem e uma corrente, por exemplo, 120 V e 5 A. As pilhas, entretanto, são marcadas apenas com uma voltagem, como 1,5 V. Por que a corrente não é colocada no rótulo de uma pilha?

05. Quando uma lâmpada incandescente é ligada, o filamento de tungstênio fica branco por estar quente. O coeficiente de variação da resistividade com a temperatura para o tungstênio é um número positivo. O que acontece com a potência entregue à lâmpada quando o filamento se aquece? A potência aumenta, permanece a mesma ou diminui? Justifique a sua resposta.

06. Dois materiais possuem resistividades diferentes. Dois fios de mesmo comprimento são fabricados, cada um com um material. É possível que cada um dos fios tenha a mesma resistência? Explique.

07. A resistência de um fio de cobre aumenta ou diminui quando tanto o comprimento quanto o diâmetro do fio são dobrados? Justifique a sua resposta.

08. Um aparelho elétrico opera com uma voltagem 120 V, enquanto outro opera com 240 V. Baseado apenas nestas informações, é correto dizer que o segundo aparelho usa mais potência que o primeiro? Forneça o seu raciocínio.

09. A potência nominal de um aquecedor de 1000 W especifica a potência consumida quando o aquecedor está ligado a uma voltagem de corrente alternada de 120 V. Explique por que a potência consumida por dois destes aquecedores ligados em série com uma voltagem de 120 V não é igual a 2000 W.

10. Várias lâmpadas devem ser ligadas a uma única tomada elétrica. As lâmpadas fornecerão mais brilho se elas forem ligadas em série ou em paralelo? Por quê?

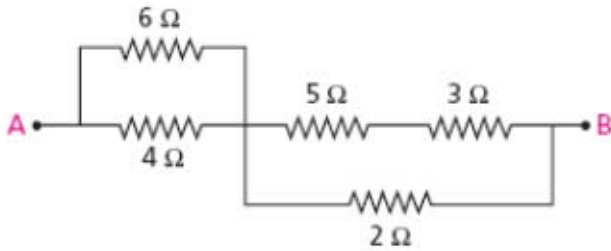
11. Você tem quatro resistores idênticos, cada um com uma resistência? Pede-se que você ligue estes quatro resistores de modo que a resistência equivalente da combinação resultante seja igual a R. De quantas maneiras você pode combinar as resistências? Existe mais de uma maneira. Justifique as suas respostas.

12. Devido ao racionamento de energia elétrica, Caio resolveu verificar o consumo dos aparelhos elétricos de sua casa. Observou, então, que a televisão consome energia elétrica mesmo quando não está sendo utilizada. Segundo o manual de utilização do aparelho, para mantê-lo em estado de prontidão (stand-by), ou seja, para poder ligá-lo usando o controle remoto, é necessária uma potência de 18 W. Assim sendo, o consumo mensal de energia elétrica dessa televisão, em estado de prontidão, equivale, ao de uma lâmpada incandescente de 60 W acesa durante quanto tempo?

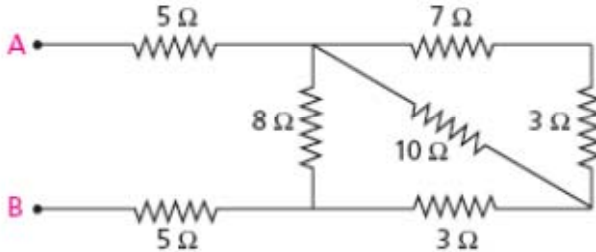


13. Calcule a resistência equivalente entre os terminais A e B, nos seguintes casos:

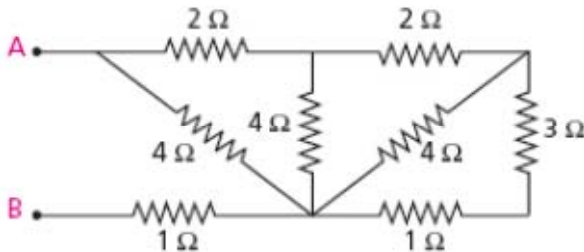
a)



b)



c)



14. Dois fios de cobre com diâmetros diferentes são ligados pelas suas extremidades. Quando uma corrente elétrica flui através dessa combinação, o que ocorre com os elétrons quando eles se deslocam do fio com diâmetro maior para o fio com diâmetro menor? A velocidade de arraste dos elétrons aumenta, diminui ou permanece constante? Se a velocidade de arraste varia, qual é a força que produz essa variação? Explique seu raciocínio.

15. Um elétron em um circuito elétrico passa através de um resistor. O fio de cada lado do resistor possui o mesmo diâmetro.

a) Como comparar a velocidade de arraste dos elétrons quando eles entram no resistor com a velocidade de arraste dos elétrons quando eles saem do resistor? Explique seu raciocínio,

b) Como comparar a energia potencial dos elétrons quando eles entram no resistor com a energia potencial dos elétrons quando eles saem do resistor? Explique.

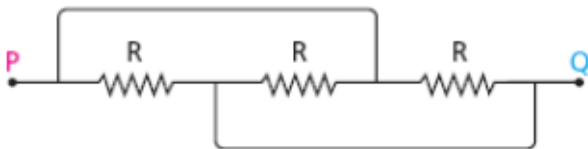
16. Quando uma corrente elétrica passa através de um resistor, ela perde energia, transformando a energia perdida em energia térmica do resistor. A corrente elétrica perde energia cinética, energia potencial ou uma combinação das duas? Explique seu raciocínio.

17. A energia que pode ser extraída de uma bateria com acumuladores é sempre menor do que a energia fornecida para carregá-la. Por quê?

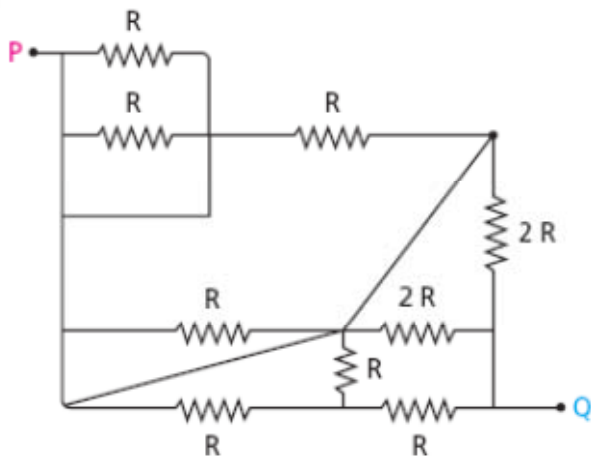
18. Um candidato a inventor propôs produzir um aumento da potência fornecida por uma bateria para uma lâmpada de filamento usando fios grossos próximos da bateria e fios finos nas vizinhanças da lâmpada. Os elétrons no fio fino, provenientes do fio grosso, teriam uma densidade mais elevada, mais elétrons por segundo poderiam chegar ao filamento e a lâmpada receberia mais potência do que no caso de fios com a mesma seção reta. O que você tem a dizer sobre essa proposta?

19. Determine a resistência equivalente entre os pontos P e Q nos seguintes casos:

a)



b)



20. Um fio tem uma resistência de  $21,0\Omega$ . Ele é fundido e, do mesmo volume de metal, é feito um novo fio 3 vezes mais comprido do que o fio original. Qual a resistência do novo fio?

21. Uma bateria de carro tem uma potência nominal de 220 ampère-hora (A-h). Esta potência nominal é uma indicação da carga total que a bateria pode fornecer a um circuito antes de parar de funcionar,

a) Qual a carga total (em coulombs) que esta bateria pode fornecer?

b) Determine a corrente máxima que a bateria pode fornecer durante 38 minutos.

22. Um fio de alumínio é suspenso entre duas torres e possui um comprimento de 175 m. Existe uma corrente de 125 A no fio, e a diferença de potencial entre as extremidades do fio é igual a 0,300 V. A massa específica do alumínio é igual a  $2700 \text{ kg/m}^3$ . Determine a massa do fio.

23. Um resistor de  $47 \Omega$  pode dissipar até 0,25 W de potência sem queimar. Qual o número mínimo de tais resistores que podem ser ligados em série entre os terminais de uma bateria de 9,0 V sem que qualquer um deles se queime?

24. Três resistores são ligados em série entre os terminais de uma bateria. O valor de cada resistência e a sua potência máxima permitida são os seguintes:  $2,0 \Omega$  e 4,0 W;  $12,0 \Omega$  e 10,0 W; e  $3,0 \Omega$  e 5,0 W.

a) Qual a voltagem máxima que a bateria pode ter sem que um dos resistores se queime?

b) Quanto de potência a bateria entrega ao circuito em (a)?

25. Duas resistências,  $R_1$  e  $R_2$ , estão ligadas em série entre os terminais de uma bateria de 12 V. A corrente aumenta de 0,20 A quando  $R_2$  é retirada, deixando  $R_1$  ligada entre os terminais da bateria. No entanto, a corrente aumenta de apenas 0,10 A quando  $R_1$  é retirada, deixando  $R_2$  ligada entre os terminais da bateria. Determine

a)  $R_1$

b)  $R_2$ .

26. Três resistores idênticos são ligados em paralelo. A resistência equivalente aumenta em  $700 \Omega$  quando um resistor é retirado e ligado em série com os outros dois, que ainda estão em paralelo. Determine a resistência de cada resistor.

27. Um fio de prata com diâmetro igual a 2,6 mm transfere uma carga de 420 C em 80 minutos. A prata contém  $5,8 \times 10^{28}$  elétrons livres por metro cúbico.

a) Qual é a corrente elétrica no fio?

b) Qual é o módulo da velocidade de arraste dos elétrons no fio?

28. A corrente elétrica que passa em um fio varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:  $I = 55 \text{ A} - (0,65 \text{ A/s}^2) t^2$ .

- Quantos coulombs passam através da seção reta do fio no intervalo de tempo entre  $t = 0$  e  $t = 8 \text{ s}$ ?
- Qual é o valor da corrente constante que poderia transportar a mesma quantidade de carga no mesmo intervalo de tempo?

29. Um fio de comprimento  $L$  e seção reta com área  $A$  possui uma resistência  $R$ . Calcule a resistência do fio supondo que ele seja esticado até o dobro de seu comprimento original. Suponha que a resistividade e a densidade do material não sejam alteradas quando o fio é esticado.

30. Nove fios de cobre de comprimento  $\ell$  e diâmetro  $d$  estão ligados em paralelo formando um único condutor composto de resistência  $R$ . Qual deverá ser o diâmetro  $D$  de um único fio de cobre de comprimento  $\ell$ , para que ele tenha a mesma resistência?

31. A resistência de uma pilha real cresce à medida que ela vai sendo usada. Desprezando a resistência interna inicial, qual é a resistência interna combinada das duas pilhas quando a potência cai até a metade do valor inicial? (Suponha que a resistência da lâmpada permaneça constante. Na verdade, ela varia um pouco quando a corrente no filamento varia, pois ocorre uma oscilação da temperatura do filamento e, portanto, a resistividade do filamento varia.)

32. Um aquecedor elétrico de  $540 \text{ W}$  é projetado para operar em uma linha de  $120 \text{ V}$ .

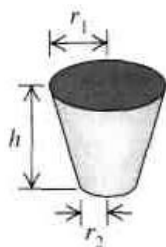
- Qual é sua resistência?
- Que corrente elétrica ele consome?
- Se a voltagem cai para  $110 \text{ V}$ , qual é a potência que o aquecedor consome? (Suponha que a resistência permaneça constante. Na verdade, ela varia um pouco, pois ocorre uma variação da temperatura.)
- As espiras da resistência do aquecedor são metálicas, de modo que a resistência diminui quando a temperatura diminui. Caso a variação da resistência com a temperatura não seja desprezada, a potência que o aquecedor consome será maior ou menor do que aquela que você calculou no item (c)? Explique.

33. Um condutor elétrico projetado para transportar correntes elevadas possui comprimento de  $14,0 \text{ m}$  e uma seção reta circular com diâmetro de  $2,50 \text{ mm}$ . A resistência entre suas extremidades é igual a  $0,104 \Omega$ .

- Qual é a resistividade do material?
- Sabendo que o módulo do campo elétrico no condutor é igual a  $1,28 \text{ V/m}$ , qual é a corrente elétrica total?
- Sabendo que o material possui  $8,5 \times 10^{28}$  elétrons livres por metro cúbico, calcule a velocidade média de arraste nas condições do item (b).

34. Um material com resistividade  $\rho$  possui forma de um tronco de cone com altura  $h$  e raios  $r_1$  e  $r_2$  nas suas extremidades.

- Calcule a resistência do cone entre as duas faces planas. (Dica: Divida o cone em muitos discos finos e calcule a resistência de um desses discos.)
- Mostre que seu resultado está de acordo com a Equação (10) quando  $r_1 = r_2$ .



35. Um bloco metálico retangular de resistividade  $\rho$  possui as seguintes dimensões:  $d \times 2d \times 3d$ . Uma diferença de potencial  $V$  deve ser aplicada entre duas faces opostas do bloco,

- Para que faces a diferença de potencial aplicada fornece a maior densidade de corrente? Qual é o valor dessa densidade de corrente máxima?
- Para que faces a diferença de potencial aplicada fornece a maior corrente? Qual é o valor dessa corrente máxima?

36. Duas lâmpadas incandescentes de  $120 \text{ V}$  apresentam potências de  $60 \text{ W}$  e  $120 \text{ W}$ ; qual dos dois filamentos possui maior resistência? Se essas lâmpadas forem conectadas em série com uma fonte de tensão de  $120 \text{ V}$ , na extremidade de qual lâmpada ocorrerá a maior queda de potencial? E no caso de uma ligação em paralelo? Explique seu raciocínio.

37. Duas lâmpadas de 120 V com potências de 25 W e 200 W foram conectadas em série com uma fonte de tensão de 240 V. Parecia ser uma boa idéia, porém uma das lâmpadas se queimou quase imediatamente após a ligação. Qual das duas lâmpadas se queimou e por quê?

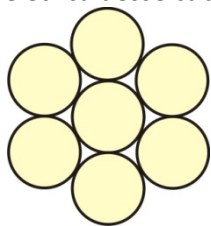
38. Você liga diversas lâmpadas idênticas a uma pilha de lanterna. O que ocorre com o brilho das lâmpadas à medida que o número de lâmpadas aumenta quando a ligação é

a) em série?

b) em paralelo? A bateria dura mais quando a ligação é em série ou quando é em paralelo? Explique seu raciocínio.

39. As luzes de uma casa caem de intensidade no momento em que ligamos a máquina de lavar ou uma serra elétrica. Por quê?

40. Para a transmissão de energia elétrica, constrói-se um cabo composto por 7 fios de uma liga de cobre de área de secção transversal  $10 \text{ mm}^2$  cada um, como mostra a figura. O professor Gomes pede que você determine a resistência elétrica desse cabo, a cada quilômetro.



Dado: resistividade da liga de cobre =  $2,1 \cdot 10^{-2} \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$

41.

a) Mostre que a dependência, em relação ao comprimento, na expressão  $R = \rho L/A$  é consistente com a expressão da resistência equivalente de dois resistores em série,  $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$ , considerando um fio de comprimento  $L$  e área  $A$  de seção transversal como dois fios, cada um com área de seção transversal  $A$  e comprimentos  $L_1$  e  $L_2$ , ligados em série:  $L = L_1 + L_2$

b) Mostre que a dependência em relação à área na expressão  $R = \rho L/A$  é consistente com a expressão para a resistência equivalente de dois resistores em paralelo,  $1/R_{\text{eq}} = 1/R_1 + 1/R_2$ , considerando um fio de comprimento  $L$  e área  $A$  de seção transversal como dois fios de comprimento  $L$  e áreas  $A_1$  e  $A_2$  de seção transversal ligados em paralelo:  $A = A_1 + A_2$ .

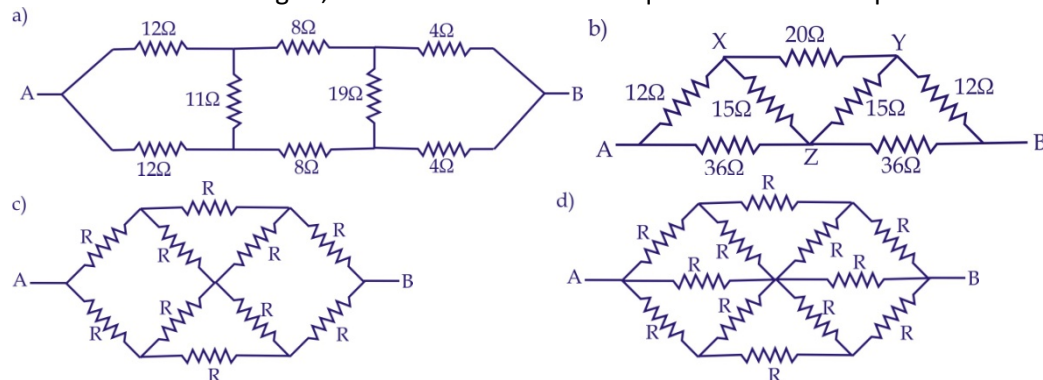
42. A quantidade de carga  $q$  (em coulombs) que atravessa uma superfície de área  $2,00 \text{ cm}^2$  varia no tempo de acordo com a equação  $q = 4t^3 + 5t + 6$ , onde  $t$  está em segundos,

a) Qual é a corrente instantânea através da superfície em  $t = 1,00 \text{ s}$ ?

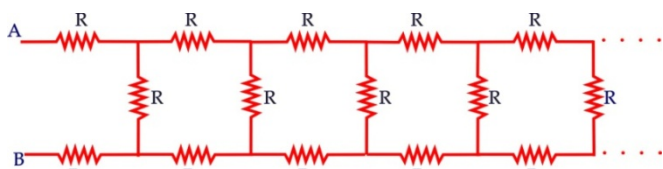
b) Qual é o valor da densidade de corrente?

43. Em um condutor metálico mantém-se uma corrente invariável  $i = 20,0 \text{ A}$ . O elétron tem carga  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  (valor absoluto) e massa  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ . Qual deve ser a duração dessa corrente, para que uma seção transversal do condutor seja atravessada por elétrons totalizando massa  $M = 1,00 \text{ g}$ ?

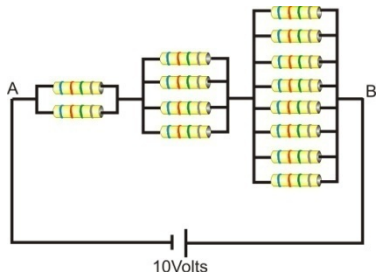
44. Para cada caso a seguir, determine a resistência equivalente entre os pontos A e B:



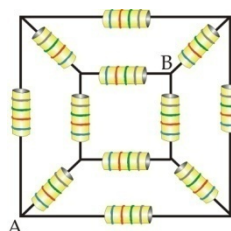
45. O circuito abaixo mostra uma malha quadrada que se estende no plano infinitamente. Cada resistência vale 1 ohm. O ponto A está ligado ao terminal positivo de uma bateria. O potencial elétrico no infinito é zero. Qual é a resistência equivalente entre os pontos A e B dessa malha?



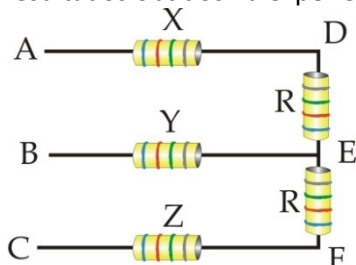
46. Considere o circuito elétrico dado a seguir. Nele há uma bateria de 10 volts, à qual está conectado um conjunto de resistores formado por uma série infindável (considere infinita) de sub-conjuntos de resistores em paralelo. O conjunto conectado no ponta A tem dois resistores em paralelo, o seguinte quatro, o seguinte oito e assim por diante. Se todos os resistores são iguais a 10 ohms. qual é a potência, em watts. consumida pelo circuito? Considere nula a resistência interna da bateria.



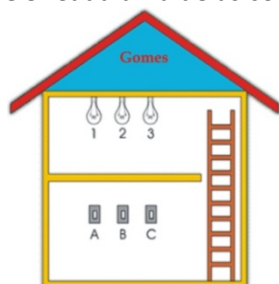
47. Na figura abaixo, cada uma das 12 resistências vale 1 ohm. Qual é a resistência entre os pontos A e B?



48. No circuito abaixo  $x$ ,  $y$  e  $z$  são três resistências não conhecidas. As resistências entre D e E e entre E e F são iguais, com valor  $R = 2$  ohm. Uma experiência mostra que a aplicação de uma tensão de 170V entre os pontos A e B resulta em uma tensão de 20V entre os pontos D e E. Por outro lado, a aplicação de uma tensão de 120V entre A e C, resulta em uma tensão também de 20V entre D e F. Finalmente, a aplicação de uma tensão de 216V entre os pontos B e C, resulta em uma tensão de 16V entre os pontos E e F. Observe que as tensões são aplicadas isoladamente. Assim, a partir dos resultados obtidos na experiência, determine, em ohm, a soma dos valores das resistências  $x$ ,  $y$  e  $z$ .



49. A situação é a seguinte: uma casa de dois pisos onde, no segundo piso, existem três lâmpadas comuns, lâmpadas 1, 2 e 3. Cada uma delas conectada a um interruptor de luz que se encontra no primeiro piso, interruptores A, B e C.



Você não sabe qual interruptor corresponde a qual lâmpada. O objetivo é saber de que modo você determinaria qual interruptor corresponde a qual lâmpada, subindo somente uma vez até o segundo piso da casa.

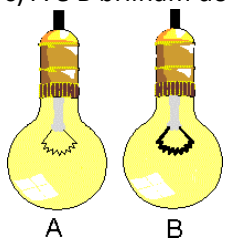
Observação: É um exercício de Física e não de lógica.

50. As lâmpadas A e B são iguais, com uma única diferença: o filamento de B é mais grosso que o filamento de A. Se ligarmos ambas em soquetes de 110 Volts, o que acontece?

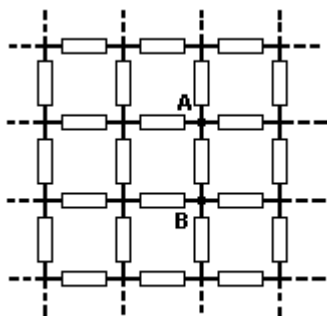
a) A brilha mais que B.



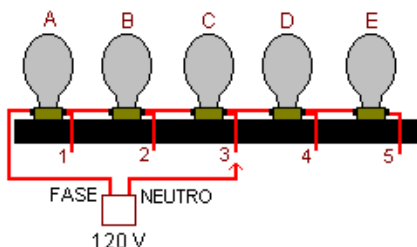
- b) B brilha mais que A.  
 c) A e B brilham do mesmo jeito.



51. O circuito abaixo mostra uma malha quadrada que se estende no plano infinitamente. Cada resistência vale 1 ohm. O ponto A está ligado ao terminal positivo de uma bateria. O potencial elétrico no infinito é zero. Qual é a resistência equivalente entre os pontos A e B dessa malha?



52. Cinco lâmpadas de 100 watts estão ligadas em série como mostra a figura. O terminal esquerdo da primeira lâmpada (A) está ligado à fase da tomada. O fio que sai do neutro da tomada é ligado inicialmente ao terminal direito (1) da lâmpada A. Nesse caso, como deve ser, a lâmpada A acende e as outras ficam apagadas. A seguir, o neutro é ligado ao terminal 2 da lâmpada B. Agora, as lâmpadas A e B acendem (um pouco menos intensas, é claro). Além disso, a lâmpada B demora um pouquinho mais que a lâmpada A a atingir o brilho final. Esse fato vai se repetindo quando as outras lâmpadas são ligadas. Finalmente, quando o neutro é ligado no terminal 5, a lâmpada E leva uns bons dois segundos para acender. Como explicar essa observação?



53. Um fio cuja resistência é igual a  $6 \Omega$  é esticado de tal forma que seu novo comprimento é três vezes seu comprimento inicial. Supondo que não ocorra variação na resistividade nem na densidade do material durante processo de esticamento, calcule o valor da resistência do fio esticado.

54. Doze resistores de mesma resistência  $R$  foram ligados de modo a ocuparem as arestas de um cubo, como mostra a figura. Calcule a resistência equivalente entre A e X.

