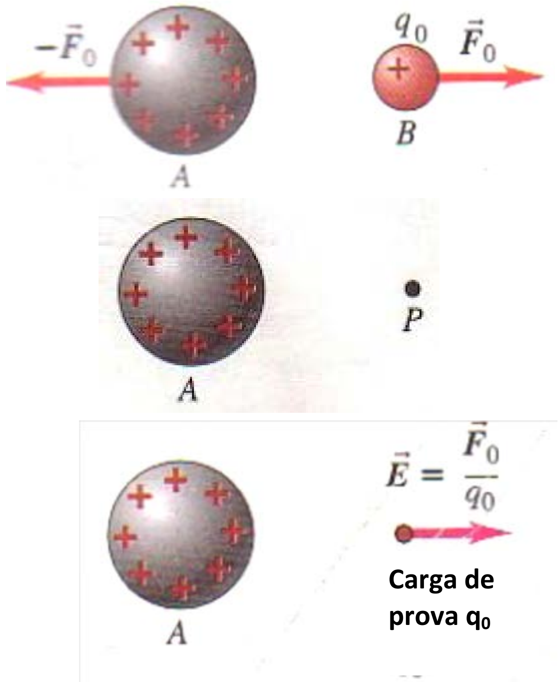
NOTA DE AULA
PROF. JOSÉ GOMES RIBEIRO FILHO

CAMPO ELÉTRICO

1.CAMPO ELÉTRICO

Suponhamos que se fixe, num determinado ponto, uma partícula com carga positiva, q_1, e a seguir coloquemos em suas proximidades uma segunda partícula também positivamente carregada, q_2. De acordo com a lei de Coulomb, sabemos que q_1 exerce uma força eletrostática repulsiva sobre q_2 e, com dados suficientes, poderíamos determinar o módulo, a direção e o sentido dessa força. Ainda assim, uma questão embaraçosa permanece: como q_1 "sabe" da presença de q_2? Isto é, desde que as partículas não se tocam, como pode q_1 exercer força sobre q_2?

Para introduzirmos o conceito de campo elétrico, vamos examinar a repulsão mútua entre dois corpos A e B com cargas positivas (Figura 1a). Suponha que B possua uma carga q_0 e seja $\vec{F}_0$ a força elétrica que A exerce sobre B. Um modo de interpretar a ação dessa força consiste em imaginar uma "ação a distância", ou seja, essa força poderia agir através do espaço vazio sem a necessidade de nenhuma matéria (tal como um eixo de transmissão ou uma corda) que transmitisse a força no espaço intermediário. (A força da gravidade também poderia ser imaginada como uma força de "ação a distância".) Porém podemos visualizar mais vantajosamente a interação entre A e B imaginando um processo com duas etapas.



(a)

(b)

(c)

FIGURA 1 Um corpo carregado cria um campo elétrico ao redor dele.

Inicialmente supomos que o corpo A, em virtude da carga elétrica que ele possui, de algum modo modifica o espaço ao redor dele. A seguir o corpo A, em virtude da carga elétrica que possui, sente, no ponto onde ela se encontra, como o espaço foi modificado pela outra carga. A resposta sentida por B é a força elétrica $\vec{F}_0$.

Para entendermos como esse processo de duas etapas ocorre, inicialmente consideramos apenas o corpo A: removemos o corpo B e designamos pela letra P o ponto que ele ocupava (Figura 1b). Dizemos que o corpo A produz um campo elétrico no ponto P (e em todos os outros pontos nas vizinhanças). Esse campo elétrico está presente no ponto P mesmo quando não existe nenhuma carga em P; isso decorre somente da existência da carga sobre o corpo A. Quando uma carga q_0 é a seguir colocada no ponto P. ela sofre a ação da força elétrica $\vec{F}_0$. Adotamos o ponto de vista de que essa força é exercida sobre a carga q_0 pelo campo elétrico no ponto P (Figura 1c). Portanto, o campo elétrico serve de intermediário para comunicar a força que A exerce sobre q_0. Visto que a carga puntiforme q_0 sofre a ação da força em qualquer ponto nas vizinhanças de A, o campo elétrico produzido por A está presente em todos os pontos ao redor de A.

De modo análogo, podemos dizer que a carga puntiforme q_0 produz em torno dela um campo elétrico e que esse campo exerce sobre o corpo A uma força elétrica $-\vec{F}_0$. Para cada força (a força de A sobre q_0 e a força de q_0 sobre

A), uma das cargas cria um campo elétrico que exerce uma força sobre a outra carga. Enfatizamos que esse efeito é uma interação entre dois corpos carregados. Uma única carga produz um campo elétrico no espaço de suas vizinhanças, porém esse campo elétrico não pode exercer força sobre a carga que o criou — esse é um exemplo do princípio geral segundo o qual um corpo não pode produzir uma força resultante sobre si mesmo. (Se esse princípio não fosse verdadeiro, você poderia dar um pulo até o teto simplesmente puxando seu cinto para cima!) A força elétrica sobre um corpo carregado é exercida pelo campo elétrico produzido por outros corpos carregados.

Para verificarmos se existe um campo elétrico em um dado ponto, colocamos no referido ponto um corpo carregado, chamado de carga de teste (Figura 1c). Quando a carga de teste sofre a ação de uma força elétrica, concluímos que existe um campo elétrico nesse ponto. Esse campo elétrico é produzido por outras cargas com exceção da carga q_0.

A força é uma grandeza vetorial, de modo que o campo elétrico também é. (Observe o uso de sinais vetoriais, assim como negrito para os sinais de mais, menos e igual.) Definimos o campo elétrico $\vec{E}$ em um ponto como a força elétrica $\vec{F}_0$ que atua sobre uma carga q_0 nesse ponto, dividida pela carga q_0. Ou seja, o campo elétrico em um dado ponto é igual à força elétrica por unidade de carga que atua sobre uma carga situada nesse ponto:

$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_0}$ (definição de campo elétrico como força elétrica por unidade de carga). (1)

Usando unidades SI, para as quais a unidade de força é 1 N e a unidade de carga é 1 C, a unidade de campo elétrico é 1 newton por coulomb (1 N/C).

Quando o campo elétrico $\vec{E}$ for conhecido em um dado ponto, usando a Equação (1) podemos obter a força elétrica $\vec{F}_0$ que atua sobre uma carga puntiforme q_0 colocada nesse ponto. Essa força é dada simplesmente pelo campo elétrico $\vec{E}$ produzido pelas outras cargas, com exceção da carga q_0, multiplicado pela carga q_0:

$\vec{F} = q_0.\vec{E}$ (força que atua sobre uma carga puntiforme q_0 provocada pelo campo elétrico $\vec{E}$). (2)

A carga q_0 pode ser positiva ou negativa. Quando q_0 for positiva, a força $\vec{F}_0$ que atua sobre a carga terá o mesmo sentido de $\vec{E}$; quando q_0 for negativa, $\vec{F}_0$ e $\vec{E}$ terão sentidos contrários (Figura 2).

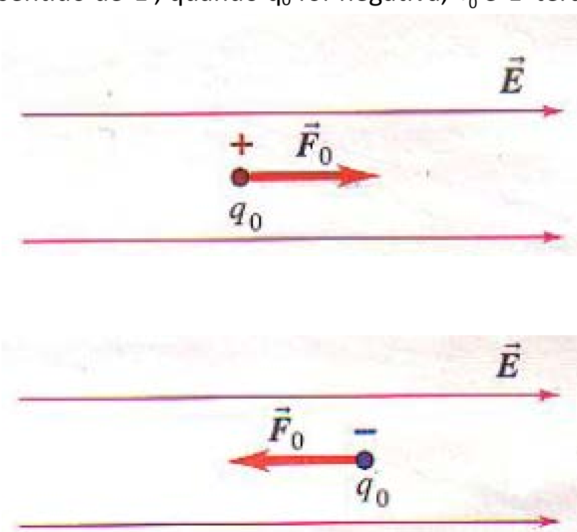


FIGURA 2 Força $\vec{F}_0$ que atua sobre uma carga q_0 provocada pelo campo elétrico $\vec{E}$. (a) Quando q_0 é positiva, então $\vec{F}_0$ e $\vec{E}$ possuem o mesmo sentido, (b) Quando q_0 é negativa, $\vec{F}_0$ e $\vec{E}$ possuem sentidos contrários.

Embora o conceito de campo elétrico possa ser novo para você, a ideia básica — de que um corpo produz um campo no espaço em torno dele e um segundo corpo sofre a ação desse campo — já foi na realidade introduzida anteriormente. Compare a Equação (2) com a expressão familiar da força gravitacional $\vec{F}_g$ que a Terra exerce sobre um corpo de massa m_0:

$\vec{F}_g = m_0.\vec{g}$ (3)

Nessa expressão, o vetor $\vec{g}$ é a aceleração da gravidade. Dividindo ambos os membros da Equação (3) pela massa m_0, obtemos

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_0}$$

Portanto, podemos interpretar $\vec{g}$ como a força gravitacional por unidade de massa. Por analogia com a Equação (1), é possível dizer que $\vec{g}$ é o campo gravitacional. Portanto, a interação gravitacional entre a Terra e um corpo de massa m_0 pode ser descrita como um processo com duas etapas: a Terra produz um campo gravitacional $\vec{g}$ no espaço em torno dela e o campo gravitacional produz uma força dada pela Equação (3) sobre um corpo de massa m_0 (que chamamos de massa de teste). Nesse sentido, você já empregou o conceito de campo ao usar a Equação (3) para a força gravitacional. O campo gravitacional $\vec{g}$, ou a força gravitacional por unidade de massa, é um conceito útil porque ele não depende da massa do corpo sobre o qual a força gravitacional está atuando; analogamente, o campo elétrico $\vec{E}$, ou a força elétrica por unidade de carga, é também um conceito útil porque ele não depende da carga do corpo sobre o qual a força elétrica está atuando.

ATENÇÃO ► A força elétrica que atua sobre uma carga de teste q_0 pode variar de um ponto a outro do espaço, de modo que o campo elétrico pode assumir diferentes valores em pontos diferentes. Por essa razão a Equação (2) só deve ser usada para determinar a força elétrica que atua sobre uma carga puntiforme. Quando o corpo carregado possui um tamanho suficientemente grande, o campo elétrico $\vec{E}$ pode variar em módulo e direção em pontos diferentes ao longo do corpo e a determinação da força elétrica resultante que atua sobre o corpo pode tornar-se complicada.

Uma vez que o campo elétrico $\vec{E}$ é capaz de variar de um ponto para outro, ele não é dado por uma única grandeza vetorial, mas por um conjunto de grandezas vetoriais, cada uma das quais associada com um ponto desse espaço. Esse é um exemplo de um campo vetorial. Quando usamos um sistema de coordenadas retangulares (xyz), cada componente do vetor $\vec{E}$ geralmente é uma função das coordenadas (x, y, z) do ponto. Podemos representar os componentes desse vetor por $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$ e $E_z(x, y, z)$. Em alguns casos, o módulo e a direção do campo elétrico (e, portanto, de seus componentes) são constantes em todos os pontos de uma dada região; nesse caso, dizemos que o campo é uniforme na região considerada. Os campos vetoriais constituem uma parte importante na linguagem da física, particularmente na eletricidade e no magnetismo. Outro exemplo de campo vetorial é a velocidade $\vec{v}$ das correntes de vento na atmosfera; o módulo e a direção da velocidade $\vec{v}$, e portanto, seus componentes vetoriais, podem variar de um ponto para outro da atmosfera.

Até o momento desprezamos uma dificuldade sutil mas importante em nossa definição de campo elétrico: na Figura 1, a força exercida pela carga de teste q_0 sobre o corpo A pode produzir um deslocamento das cargas desse corpo. Isso é especialmente verdadeiro quando o corpo A é um condutor, no qual a carga pode mover-se com facilidade. Desse modo, o campo elétrico em torno do corpo A quando q_0 está presente pode ser diferente do campo quando q_0 está ausente. Contudo, quando q_0 for muito pequena, a redistribuição das cargas sobre o corpo A será também muito pequena. Logo, para fazer uma definição completamente correta de campo elétrico, tomamos o limite da Equação (1) quando a carga q_0 tende a zero, de modo que o efeito perturbador da carga q_0 sobre a distribuição torna-se desprezível:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Para os cálculos práticos do campo elétrico $\vec{E}$ produzido por uma distribuição de cargas, vamos supor que a distribuição de cargas seja fixa, de modo que não usaremos esse processo de passagem ao limite.

Quando a distribuição das cargas da fonte corresponde a uma carga puntiforme q, é fácil encontrar o campo elétrico que ela produz. O local onde essa carga se encontra denomina-se ponto da fonte, e o ponto P onde desejamos determinar o campo elétrico é chamado de ponto do campo. É também útil introduzir um vetor unitário $\hat{r}$ situado sobre a reta que une o ponto da fonte e o ponto do campo e que aponta para fora da fonte (Figura 3a).

Esse vetor unitário é igual ao vetor deslocamento $\vec{r}$ que une o ponto da fonte com o ponto do campo, dividido pela distância r = | $\vec{r}$ | entre esses dois pontos, ou seja, $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$. Se colocarmos uma carga de teste pequena q_0 no ponto do campo P a uma distância $\vec{r}$ do ponto da fonte, o módulo F_0 da força será dado pela lei de Coulomb:

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q.q_0|}{r^2}$$

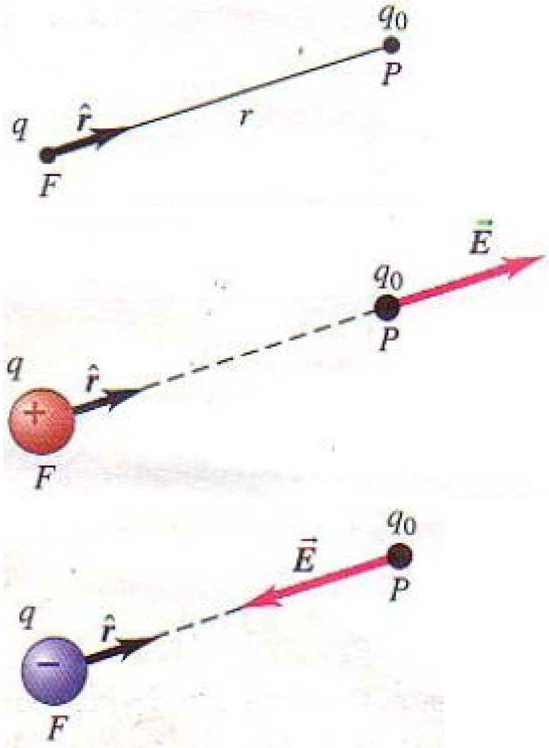
Pela Equação (1), o módulo $\vec{E}$ do campo elétrico no ponto P é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$ (módulo do campo elétrico de uma carga puntiforme). (4)

Usando o vetor unitário $\hat{r}$, podemos escrever uma equação vetorial que fornece o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$ (vetor campo elétrico de uma carga puntiforme). (5)

Por definição, o campo elétrico de uma carga puntiforme sempre aponta para fora de uma carga positiva (ou seja, no mesmo sentido de $\hat{r}$: veja a Figura 3b), porém para dentro de uma carga negativa (ou seja, no sentido contrário ao de $\hat{r}$: veja a Figura 3c).



(a)

(b)

(c)

FIGURA 3 (a) O vetor unitário $\hat{r}$ aponta do ponto da fonte F para o ponto do campo P. (b) Para todos os pontos de um campo vetorial produzido por uma carga isolada positiva, o vetor campo aponta para fora da carga, (c) Para todos os pontos de um campo vetorial produzido por uma carga isolada negativa, o vetor campo aponta para dentro da carga. Note que tanto em (b) como em (c), o campo elétrico $\vec{E}$ é produzido por q (veja a Equação 5) porém atua sobre q_0 (veja a Equação 2).

Outra situação na qual é fácil encontrar o campo elétrico é o caso do interior de um condutor. Caso existisse campo elétrico no interior de um condutor, o campo exerceria uma força sobre cada carga existente no interior do condutor, produzindo um movimento das cargas livres. Por definição, não existe nenhum movimento efetivo em uma situação eletrostática. Concluímos, portanto, que na eletrostática o campo elétrico deve ser igual a zero em todos os pontos no interior de um condutor. (Note que, quando existe um buraco no interior de um condutor, não podemos afirmar que o campo elétrico seja necessariamente igual a zero no interior do buraco.)

Usando o conceito de campo elétrico, nossa descrição da interação elétrica é composta de duas partes. Inicialmente, uma dada distribuição de cargas funciona como uma fonte do campo elétrico. Em segundo lugar, o campo elétrico dessa distribuição exerce uma força sobre qualquer carga presente no interior desse campo. Nossa análise geralmente também apresenta duas etapas: primeiramente, calculamos o campo elétrico produzido por uma certa distribuição de cargas; em segundo lugar, determinamos o efeito desse campo em termos da força e do movimento. A segunda etapa geralmente envolve a segunda lei de Newton com os princípios da interação elétrica. Na próxima seção, mostraremos como determinar o campo elétrico produzido por diversas distribuições de cargas.

2.DETERMINAÇÃO DO CAMPO ELÉTRICO

A Equação (5) fornece o campo elétrico produzido por uma única carga puntiforme. Porém, em muitas situações reais que envolvem forças e campos elétricos, verificamos que a carga se encontra distribuída ao longo do corpo. Os bastões de borracha e de vidro com cargas indicados na Figura 4 possuem cargas distribuídas ao longo de suas superfícies. Nesta seção, aprenderemos a determinar o campo elétrico produzido por diversas distribuições de cargas elétricas. Os cálculos envolvidos são extraordinariamente importantes para as aplicações tecnológicas das forças elétricas. Para determinar as trajetórias de partículas carregadas, tais como elétrons em um cinescópio de TV, núcleos atômicos em aceleradores para o tratamento do câncer ou partículas em um dispositivo eletrônico semicondutor, você deve conhecer com detalhes a natureza do campo elétrico que atua sobre cada carga.

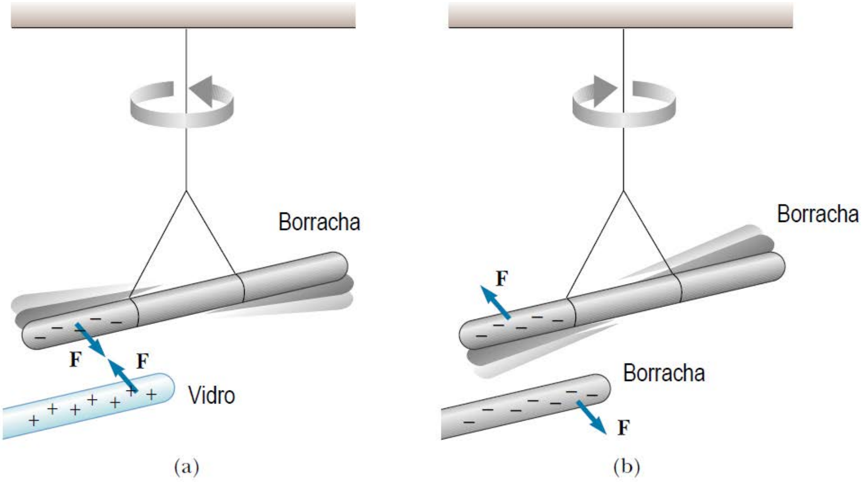


Figura 4 (a) Uma haste de borracha carregada negativamente, suspensa por um fio, é atraída por uma haste de vidro carregada positivamente, (b) Uma haste de borracha carregada negativamente é repelida por outra haste de borracha carregada negativamente.

Para determinarmos o campo elétrico produzido por uma distribuição de cargas, imaginemos a distribuição como um conjunto de cargas puntiformes q_1, q_2, q_3,... (Essa hipótese é efetivamente bastante realista, porque, conforme vimos, as cargas elétricas são oriundas de elétrons e prótons, que são partículas tão pequenas que podem ser consideradas puntiformes) como na Figura 5. Para qualquer ponto P, cada carga puntiforme produz seu respectivo campo elétrico $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$,...,de modo que uma carga de teste q_0 colocada em P sofre a ação de uma força $\vec{F}_1 = q_0\vec{E}_1$ exercida pela carga q_1 uma força $\vec{F}_2 = q_0\vec{E}_2$ exercida pela carga q_2 e assim por diante. De acordo com o princípio da superposição das forças, a força total $\vec{F}_0$ resultante da ação da distribuição das cargas sobre q_0 é a soma dessas forças individuais:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + ... = q_0\vec{E}_1 + q_0\vec{E}_2 + q_0\vec{E}_3 + ... \qquad (6)$$

O efeito combinado de todas as cargas da distribuição é descrito pelo campo elétrico total $\vec{E}$ no ponto P. De acordo com a Equação (1), esse campo elétrico é dado por

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ...$$

Ou

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_1^2}\hat{r}_i \qquad (7)$$

onde r_i é a distância da í-ésima carga ao ponto P (a posição em que o campo deve ser calculado) e $\hat{r}_i$ é um vetor unitário dirigido de q_i para P.

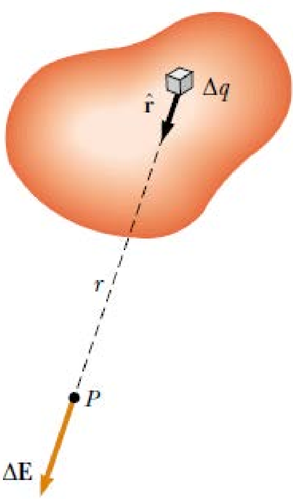


FIGURA 5 O campo elétrico em P devido a uma distribuição contínua de carga é a soma vetorial dos campos devidos a todos os elementos Δq da distribuição de carga.

Agora, aplicamos o modelo em que a distribuição de carga é contínua - deixamos os elementos de carga tornar-se infinitesimalmente pequenos. Com esse modelo, o campo total em P no limite $q_i \rightarrow 0$ torna-se

$$\vec{E} = \lim_{q_i \to 0}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_1^2}\hat{r}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dq}{r^2}\hat{r} \qquad (8)$$

onde dq é uma quantidade infinitesimal de carga e a integração é sobre toda a carga que cria o campo elétrico. A integração é uma operação vetorial e deve ser tratada com cuidado. Ela pode ser calculada em termos de componentes individuais, ou talvez argumentos de simetria possam ser usados para reduzi-la a uma integral escalar. Ilustraremos esse tipo de cálculo com diversos exercícios resolvidos nos quais supomos que a carga está distribuída uniformemente sobre uma linha ou sobre uma superfície ou por algum volume. Ao executar tais cálculos, é conveniente usar o conceito de uma densidade de carga juntamente com as seguintes notações:

• Se Q for distribuída uniformemente ao longo de uma linha de comprimento ℓ, a carga por unidade de comprimento λ é definida por

$\lambda = Q/\ell$

onde λ tem unidades de coulombs por metro.

• Se Q for distribuída uniformemente sobre uma superfície de área A, a carga por unidade de área σ é definida por

$\sigma = Q/A$

onde σ tem unidades de coulombs por metro quadrado.

• Se uma carga total Q for distribuída uniformemente por todo um volume V, a carga por unidade de volume ρ é definida por

$\rho = Q/V$

onde ρ tem unidades de coulombs por metro cúbico.

Alguns cálculos que serão apresentados nos exercícios podem parecer complicados; na determinação do campo elétrico, uma certa complexidade matemática faz parte da natureza dos cálculos. Depois que você resolver alguns exemplos, desenvolvendo cada etapa, verá que essa tarefa não é tão complicada. Muitas técnicas usadas nos cálculos apresentados nesses exemplos serão novamente empregadas em capítulo posteriores para calcular os campos magnéticos produzidos por cargas em movimento.

3. LINHAS DE FORÇA DE UM CAMPO ELÉTRICO

O conceito de campo elétrico pode parecer um pouco ilusório porque você não pode vê-lo diretamente. As linhas de força do campo elétrico constituem um auxílio para visualizar o campo.

Uma linha de campo elétrico é uma linha reta ou curva imaginária desenhada passando por uma região do espaço de modo que sua tangente em qualquer ponto forneça a direção e o sentido do campo elétrico no ponto considerado.

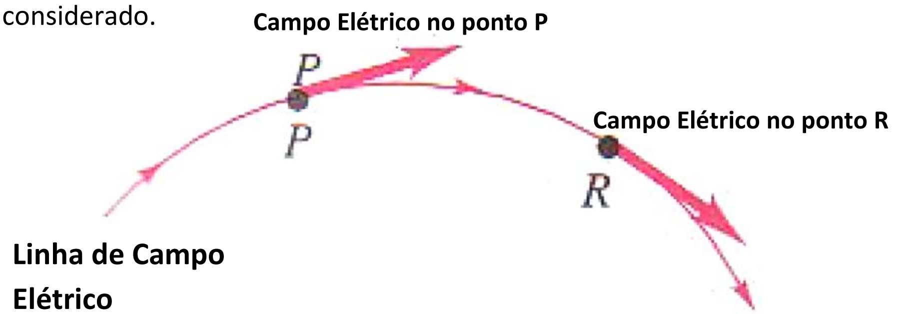


FIGURA 6 A direção do campo elétrico em qualquer ponto é tangente à linha de campo elétrico no ponto considerado.

A Figura 7 mostra exemplos de linhas de campo para algumas distribuições de cargas elétricas.

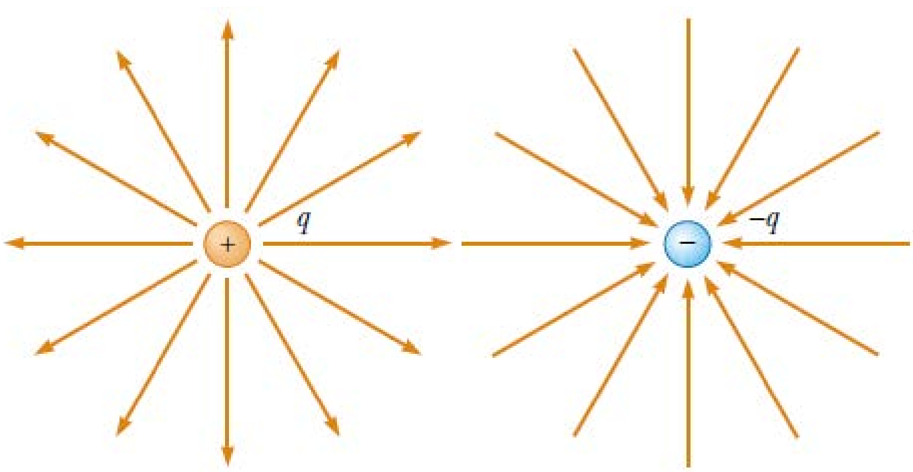
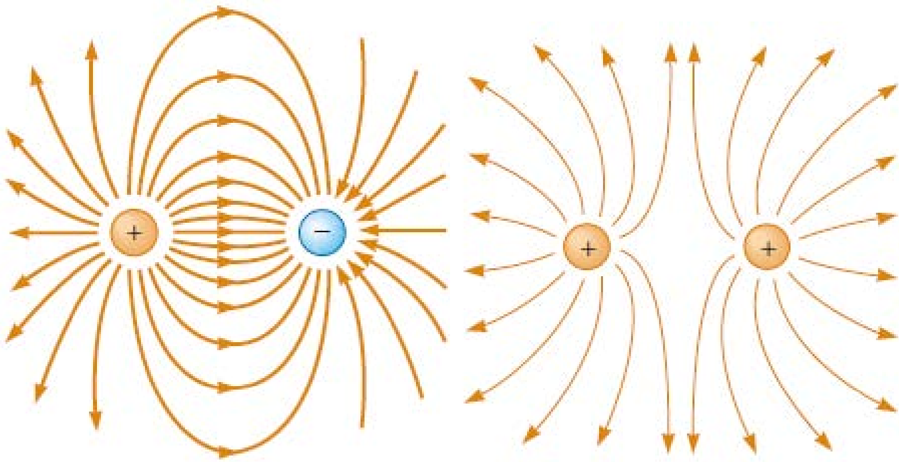


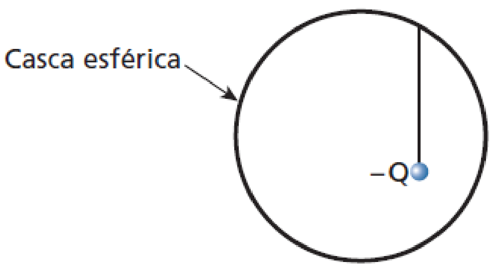
FIGURA 7 Linhas de campo para algumas distribuições de cargas elétricas.



Algumas características das linhas de força são listadas a seguir:
1. As linhas de força mostram a direção do campo elétrico em qualquer ponto. Em linhas curvas, a direção do campo é tangente a curva.
2. As linhas de força se originam em cargas positivas e terminam em cargas negativas.
3. As linhas de força são desenhadas de modo que o número de linhas por unidade de área da seção reta (perpendicular as linhas) seja proporcional a intensidade do campo elétrico.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

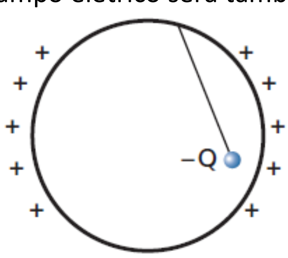
01.Uma pequena bolinha de metal, carregada com uma carga elétrica –Q, encontra-se presa por um fio no interior de uma fina casca esférica condutora neutra, conforme figura abaixo.



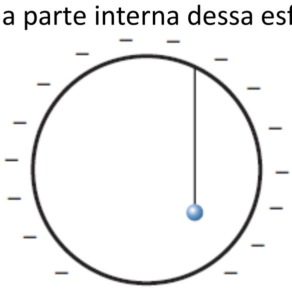
A bolinha encontra-se em uma posição não concêntrica com a casca esférica. Com base nessas informações, discuta a possibilidade se existir campo elétrico no interior e exterior da casca esférica, caso:
a) o fio seja isolante.
b) o fio seja condutor.

Resolução:

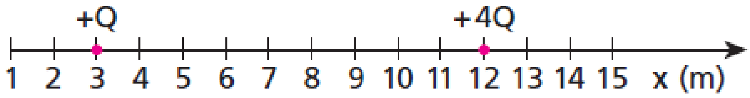
a) No interior da esfera maior, o campo elétrico será **não-nulo** devido à carga –Q da esfera menor e, na parte externa, o campo elétrico será também **não-nulo**, devido à carga –Q e à carga +Q (induzida na superfície externa da esfera maior).



b) Se o fio condutor, a carga –Q irá para a superfície externa da esfera maior, proporcionando um campo elétrico nulo na parte interna dessa esfera.

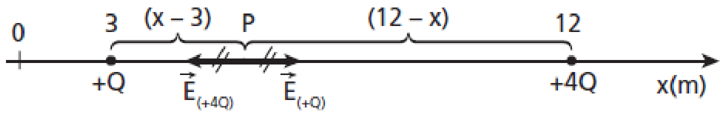


02.Duas cargas elétricas de valores + Q e + 4Q estão fixas nas posições 3 e 12 sobre um eixo, como indica a figura.



O campo elétrico resultante criado por essas cargas será nulo em qual posição?

Resolução:



$$E_{(+4Q)} = E_{(+Q)}$$

$$k\frac{Q}{(x-3)^2} = k\frac{4Q}{(12-x)^2}$$

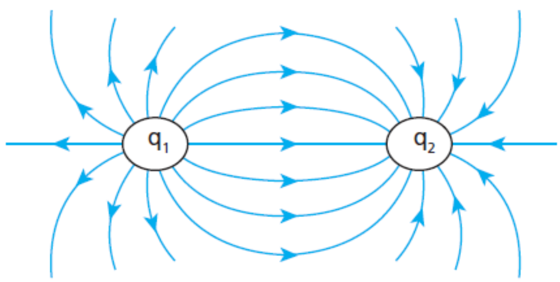
$$4(x-3)^2 = (12-x)^2$$

$$2(x-3) = (12-x)$$

$$3x = 18$$

$$x = 6m$$

03.A figura abaixo mostra duas cargas q_1 e q_2, afastadas a uma distância d, e as linhas de campo do campo eletrostático criado.



Observando a figura acima, responda:

a) Quais os sinais das cargas q_1 e q_2?

b) A força eletrostática entre as cargas é de repulsão? Justifique.

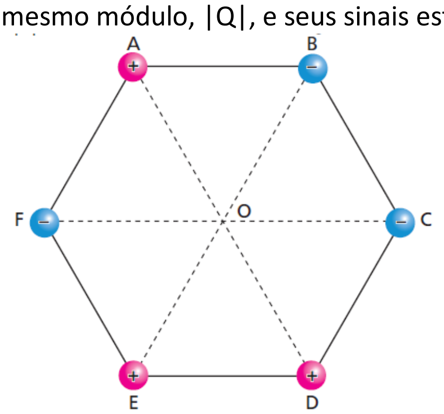
Resolução:

a) $q_1 \rightarrow$ positiva

$q_2 \rightarrow$ negativa

b) Não, é de atração, pois as cargas q_1 e q_2 possuem sinais opostos.

04.Seis cargas elétricas puntiformes encontram-se no vácuo fixas nos vértices de um hexágono de lado **ℓ**. As cargas têm mesmo módulo, |Q|, e seus sinais estão indicados na figura.



Dados: constante eletrostática do vácuo = $k_0 = 9{,}0 \cdot 10^9$ N · m²/C²;

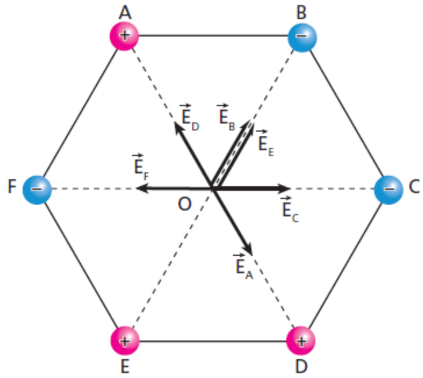
ℓ = 30 cm;

$|Q| = 5{,}0 \cdot 10^{-5}$ C.

O Professor Gomes pede que se determine, no centro do hexágono, o módulo e o sentido do vetor campo elétrico resultante.

Resolução:

Como cargas positivas geram, no ponto **O**, campo elétrico de “afastamento”, e cargas negativas, campo elétrico de “aproximação”, temos:



$\vec{E}_A + \vec{E}_D = \vec{0}$

$\vec{E}_C + \vec{E}_F = \vec{0}$

Assim, em **O**, o campo elétrico resultante vale:

$E_{res} = E_B + E_E = 2E_0$

Sendo:

$$E_0 = k\frac{Q}{d^2}$$

$$E_0 = 9.10^9 \frac{5.10^{-5}}{(3.10^{-1})^2}$$

Observe que:

$d = \ell = 30 \text{ cm} = 3{,}0 \cdot 10^{-1} \text{ m}$

Assim:

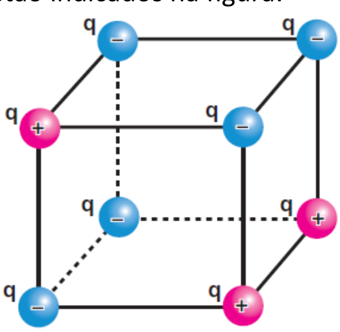
$E_0 = 5{,}0 \cdot 10^6$ (N/C)

Portanto:

$E_{res} = 2 \cdot 5{,}0 \cdot 10^6$ (N/C)

$E_{res} = 1{,}0 \cdot 10^7$ N/C e o sentido de E_{res} é de **E** para **B**.

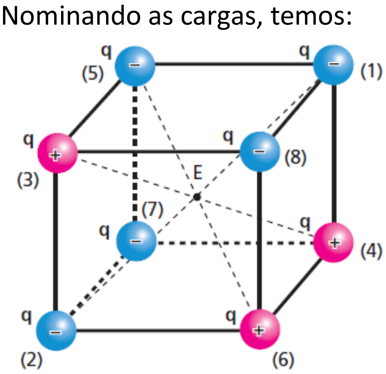
05. Em cada um dos vértices de uma caixa cúbica de aresta ℓ foram fixadas cargas elétricas de módulo **q** cujos sinais estão indicados na figura:



Sendo k a constante eletrostática do meio, determine o módulo da força elétrica que atua sobre uma carga, pontual de módulo 2q, colocada no ponto de encontro das diagonais da caixa cúbica.

Resolução:

Nominando as cargas, temos:



Na figura, notamos que as cargas 1 e 2, 3 e 4, 7 e 8 produzem campo resultante nulo no ponto de encontro das diagonais do cubo. Apenas as cargas 5 e 6 produzem campo elétrico resultante **não-nulo** no encontro das diagonais.
Assim:

$E_E = E_5 + E_6$

$$E = 2k\frac{q}{x^2}$$

Mas **x** é metade da diagonal do cubo:

$x = 1/2\ell\sqrt{3}$

Portanto:

$$E_E = 2k\frac{q}{\left(\frac{\ell\sqrt{3}}{2}\right)^2} \Rightarrow E_E = \frac{8}{3}\frac{kq}{\ell^2}$$

e a força aplicada na carga 2q, colocada em **E**, vale:

$F = |2q|\, E$

$$F = 2q\frac{8}{3}\frac{kq}{\ell^2} \Rightarrow F = \frac{16}{3}k\frac{q^2}{\ell^2}$$

06.Uma carga puntiforme de massa m é colocada em repouso num campo não uniforme. Será que ela seguira, necessariamente, a linha de força que passa pelo ponto em que foi abandonada?

Resolução:

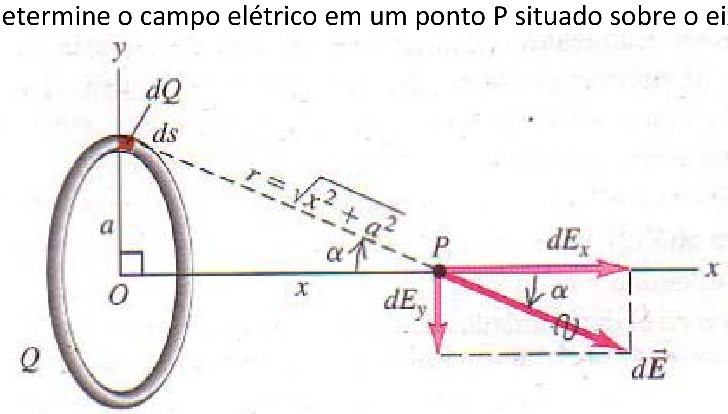
Não. A força eletrica sempre coincidirá com a direção tangente a linha do força. A força elétrica em cada ponto onde se encontra a carga, e dada por qE, onde E o o vetor campo elétrico no ponto onde se encontra a carga. Como a carga parte do repouso, a direção do sua aceleração inicial e dada pela direção do campo elétrico no ponto inicial Se o campo elétrico for uniforme (ou radial), a trajetória da carga deve coincidir com a direção da linha do força. Entretanto, para um campo elétrico não uniforme (nem radial), a trajetória da carga não precisa coincidir necessariamente com a direção da linha de força. Sempre coincidirá, porém, com a direção tangente a linha do força.

07.As linhas de força de um campo elétrico nunca só cruzam. Porque?

Resolução:

Se as linhas de força pudessem se cruzar, nos pontos de cruzamento teríamos duas tangentes diferentes, uma para cada linha que se cruza. Em outras palavras, em tal ponto do espaço teríamos dois valores diferentes do campo eletrico. o que e absurdo.

08.Um condutor em forma de anel com raio a possui uma carga Q distribuída uniformemente ao longo dele (Ver Figura). Determine o campo elétrico em um ponto P situado sobre o eixo do anel a uma distância x de seu centro.



Resolução:

Como indicado na figura, dividimos o anel em segmentos infinitesimais de comprimento ds. Cada segmento possui carga dQ e funciona como uma fonte puntiforme de campo elétrico. Seja $d\vec{E}$ o campo elétrico produzido por um desses segmentos; o campo elétrico resultante no ponto P é dado pela soma dos campos $d\vec{E}$ de todos os segmentos do anel. (Essa mesma técnica pode ser usada para qualquer distribuição de cargas ao longo de uma reta ou ao longo de uma curva.)

A determinação de $\vec{E}$ é bastante simplificada, porque o ponto do campo está situado sobre o eixo de simetria do anel. Considerando um segmento no topo e outro na base do anel, vemos que o campo $d\vec{E}$ produzido no ponto P por um dos segmentos possui o mesmo componente x do campo produzido pelo outro segmento, porém o componente y produzido por um deles é oposto ao componente produzido pelo outro. Logo, o componente y do campo elétrico é igual a zero. Quando somamos todas as contribuições de todos esses pares de segmentos, concluímos que o campo elétrico resultante $\vec{E}$ deverá ter apenas um componente ao longo do eixo de simetria do anel (o eixo Ox) e não possuir nenhum componente ao longo de eixos ortogonais a esse eixo (ou seja, nem componente y, nem componente z). Logo o campo elétrico resultante é completamente descrito pelo componente E_x.

Para calcular E_x, note que o quadrado da distância entre o segmento do anel e o ponto P é dado por $r^2 = x^2 + a^2$. Logo, o módulo do campo elétrico $d\vec{E}$ produzido pelo segmento no ponto P é

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

Usando $\cos\alpha = x/r = x/(x^2 + a^2)^{1/2}$, o componente dE_x para esse campo ao longo do eixo Ox é

$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdQ}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

Para calcularmos o componente resultante E_x do campo no ponto P, integramos a expressão anterior sobre todos os segmentos do anel:

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdQ}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

Uma vez que x não varia quando percorremos todos os pontos do anel, todas as grandezas do lado direito, com exceção de dQ, são constantes e podem passar para fora do sinal da integral. A integral de dQ é a carga total Q, logo,

$$\vec{E} = E_x\hat{i} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}\hat{i}$$

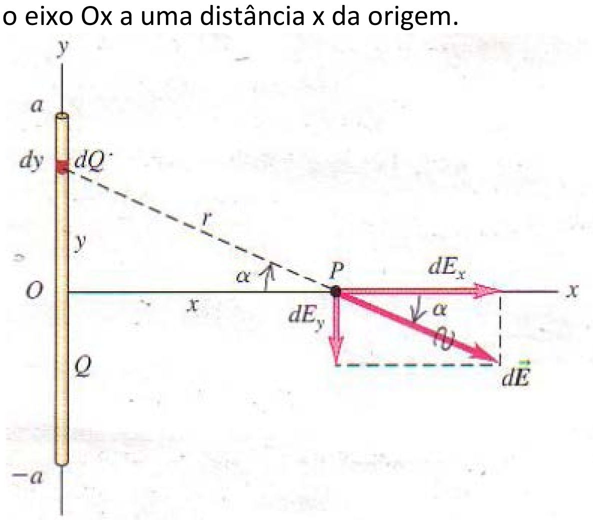
Nosso resultado para o campo elétrico $\vec{E}$ mostra que no centro do anel (x = 0) o campo elétrico é igual a zero. Isso já era esperado — as cargas situadas em pontos opostos do anel empurrariam uma carga de teste no centro em sentidos contrários com o mesmo módulo e a força resultante seria igual a zero. Quando o ponto do campo P estiver situado a uma distância muito maior do que o tamanho do anel (ou seja, x >> a), o denominador da Equação acima será aproximadamente igual a x^2, e obteremos aproximadamente a relação

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}\hat{i}$$

Em outras palavras, quando a distância x for tão grande que o tamanho do anel é desprezível em relação a essa distância, o campo elétrico do anel será o mesmo que o produzido por uma carga puntiforme. Para um observador muito afastado do anel, ele parecerá um ponto e o campo elétrico reflete esse efeito.

Nesse exemplo, usamos um argumento de simetria para concluirmos que $\vec{E}$ possui somente componente x nos pontos sobre o eixo de simetria do anel. Neste capítulo e em capítulos posteriores, empregaremos muitas vezes raciocínios de simetria. Contudo, convém lembrar que esse tipo de raciocínio só vale em situações particulares. Para um ponto no plano xy que não esteja ao longo do eixo Ox, o argumento de simetria não se aplica, e geralmente o campo elétrico possui componentes x e y.

09.Uma carga elétrica positiva Q está distribuída uniformemente ao longo de uma linha reta de comprimento igual a 2a, situada no eixo Oy entre y = -a e y = +a, como indica a Figura. Determine o campo elétrico em um ponto P situado sobre o eixo Ox a uma distância x da origem.



Resolução:

Dividimos a linha reta em segmentos infinitesimais e cada elemento de carga atua como uma carga puntiforme; seja dy o comprimento de um segmento infinitesimal situado a uma altura y. Como a carga está distribuída uniformemente, a densidade linear de carga λ em qualquer ponto sobre a linha reta é igual a Q/2a (a carga total dividida pelo comprimento total). Logo, a carga dQ distribuída no segmento dy é dada por

$$dQ = \lambda dy = \frac{Qdy}{2a}$$

A distância r entre o ponto P e esse segmento é igual a $(x^2 + y^2)^{1/2}$; logo, o campo elétrico dE no ponto P produzido por esse segmento é

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qdy}{2a(x^2+y^2)^2}$$

Usando o argumento de simetria tal como o adotado no Exemplo anterior, concluímos que o componente E_y do campo resultante deve ser igual a zero; colocando-se uma carga de teste positiva no ponto P, as cargas situadas na metade superior da linha de cargas empurram a carga de teste para baixo com uma força igual e contrária à força exercida pela metade inferior da linha de cargas.

Podemos, então, representar esse campo em termos do componente x:

$dE_x = dE \cos\alpha$, com $\cos\alpha = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$; usando essa relação na expressão para dE, encontramos

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qxdy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}$$

Para determinarmos o componente E_x do campo elétrico resultante, integramos a relação anterior, notando que para incluir a carga total Q, devemos integrar entre y = -a e y = +a. Convidamos você a fazer os detalhes da integração; o uso de uma tabela de integrais seria útil. O resultado é dado por

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{2a}\int\frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{x\sqrt{(x^2+a^2)}}$$

Para testarmos nosso resultado, inicialmente vamos ver o que ocorre no limite quando x for muito menor do que a. Nesse caso, podemos desprezar a no denominador da Equação acima, obtendo o resultado

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x^2}\hat{i}$$

Em outras palavras, quando o ponto P estiver muito afastado da linha de cargas em comparação com o comprimento da linha, o campo elétrico do anel no ponto P será o mesmo que o produzido por uma carga puntiforme. Encontramos um resultado análogo para o anel carregado no Exemplo anterior.

O que ocorreria se a linha de cargas tivesse um comprimento cada vez maior, adquirindo cargas à medida que o comprimento fosse crescendo, de modo que a densidade linear de carga λ, a carga por unidade de comprimento, permanecesse sempre constante? Qual seria o valor do vetor $\vec{E}$ a uma distância x de uma linha de cargas com um comprimento muito grande? Para respondermos a essa pergunta, tomamos o limite da Equação

$$E_x = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x\sqrt{(x^2/a^2)+1}} \quad \text{(Mostre isso)}$$

quando a distância se torna muito grande. Nesse limite, o termo x^2/a^2 no denominador se torna muito menor do que 1 e podemos desprezá-lo. Encontramos

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

O módulo do campo elétrico depende apenas da distância entre o ponto P e a linha de cargas. Logo, em qualquer ponto P situado a uma distância r medida perpendicularmente até a linha de cargas, o módulo do campo elétrico $\vec{E}$ é dado por

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad \text{(linha com comprimento infinito com uma distribuição uniforme de cargas).}$$

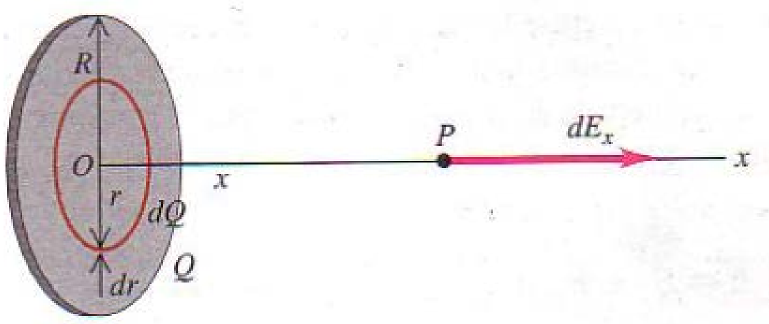
Portanto, o campo elétrico $\vec{E}$ produzido por uma linha de cargas de comprimento infinito é proporcional a 1/r contrariamente ao caso de uma carga puntiforme que produz um campo proporcional a $1/r^2$. A direção do campo elétrico $\vec{E}$ é sempre ortogonal à direção da linha de cargas e seu sentido aponta para fora da distribuição das cargas quando λ é positivo e para dentro quando λ é negativo.

Certamente, na natureza não existe nenhuma linha de cargas de comprimento infinito. Contudo, quando o ponto do campo estiver suficientemente próximo da linha de cargas, será muito pequena a diferença entre o resultado finito real e o resultado de uma linha infinita. Por exemplo, se a distância r entre o ponto considerado e a linha de cargas for igual a 1% do comprimento da linha, o valor real de $\vec{E}$ será menor do que 0,02% do valor do resultado de uma linha infinita.

10.Determine o campo elétrico produzido por um disco com raio R que possui uma densidade superficial de carga σ (carga por unidade de área) positiva uniforme em um ponto situado sobre o eixo do disco a uma distância x de seu centro. Suponha x positivo.

Resolução:

A situação é indicada na Figura.



Podemos representar a distribuição de cargas como um conjunto de anéis concêntricos carregados. No Exemplo 8, aprendemos a calcular o campo elétrico de um anel em um ponto sobre seu eixo de simetria, portanto basta somar as contribuições de todos os anéis.

Como indicado na figura, um anel típico possui carga dQ, raio interno r e raio externo r + dr. Sua área dA é aproximadamente igual a sua largura dr vezes a circunferência 2πr, ou seja, dA = 2πrdr. A carga por unidade de área é σ= dQ/dA, logo a carga do anel é dada por dQ = σdA = σ (2πrdr), ou seja,

dQ = 2πσrdr.

Substituímos a relação anterior no lugar da carga Q indicada na Equação

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{\left(x^2+a^2\right)^{3/2}}\hat{i}$$

encontrada no Exemplo 8 e também substituímos o raio do anel a por r. Então, o componente do campo dE_x no ponto P produzido por dQ é dado por

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2\pi\sigma r dr)x}{\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$$

Para determinarmos o campo elétrico produzido pela contribuição de todos os anéis, integramos dE_x para todos os valores de r. Para incluirmos o disco todo, devemos integrar de 0 até R (e não de - R até R):

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(2\pi\sigma r dr)x}{\left(x^2+r^2\right)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r dr}{\left(x^2+r^2\right)^{3/2}}$$

Lembre-se de que x permanece constante e que a variável de integração é r. A integral pode ser calculada usando-se a substituição $z = x^2 + r^2$. Deixamos para você a tarefa de fazer os detalhes da integração. O resultado é

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}+\frac{1}{x}\right]$$

ou

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2)+1}}\right]$$

Vimos no Exemplo 8 que o campo elétrico em um ponto ao longo do eixo de simetria de um anel uniformemente carregado não possui nenhum componente perpendicular a esse eixo.

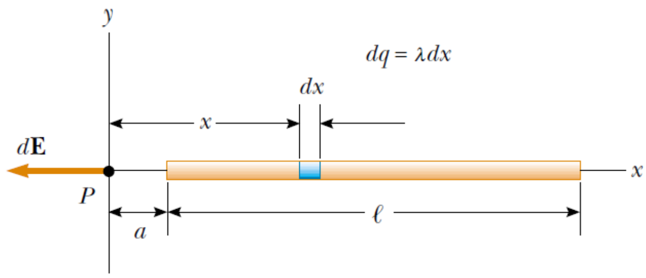
Portanto, no ponto P indicado na Figura acima, para cada anel temos $dE_y = dE_z = 0$, e o campo elétrico resultante possui componentes $E_y = E_z = 0$.

Vamos perguntar novamente o que ocorreria se a distribuição de cargas se tornasse extremamente grande. Suponha que o raio R do disco aumente indefinidamente, adicionando-se simultaneamente cargas de modo que a densidade superficial de carga σ (carga por unidade de área) permaneça constante. No limite, quando R se tornar muito maior do que a distância x do ponto do campo até o disco, o termo $1/\sqrt{(R^2/x^2)+1}$ na Equação acima será desprezível e obteremos

$$E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Nosso resultado não contém a distância x do ponto do campo até o disco. Esse resultado correto, porém surpreendente, significa que o campo elétrico produzido por um plano infinito com uma distribuição uniforme de cargas é independente da distância entre o ponto e o plano. Portanto, esse campo elétrico é uniforme; sua direção é sempre perpendicular ao plano e seu sentido aponta para fora do plano. Novamente, observamos que na natureza não existe nenhum plano infinito com cargas; contudo, quando a distância x do ponto do campo P for muito menor do que as dimensões do plano, o campo elétrico nesse ponto será aproximadamente igual ao produzido por um plano infinito.
Se o ponto P estivesse situado à esquerda do plano (x < 0) em vez de à direita, o resultado seria o mesmo, exceto pelo fato de que o sentido de $\vec{E}$ seria da direita para a esquerda em vez de da esquerda para a direita. Além disso, caso a distribuição de cargas fosse negativa, os sentidos dos campos seriam para dentro do plano em vez de para fora dele.

11. Uma haste de comprimento ℓ tem uma densidade linear de carga uniforme λ e uma carga total Q. Calcule o campo elétrico em um ponto P ao longo do eixo da haste, à distância **a** de uma das extremidades (Ver Figura).



Resolução:
Para maior clareza, descrevemos as etapas necessárias para realizar integrações como esta e então as executamos explicitamente. Primeiramente, escolhemos um elemento da distribuição de carga cujas partes estão todas equidistantes do ponto onde o campo está sendo calculado. A seguir expressamos a carga dq do elemento em termos das outras variáveis dentro da integral (neste exemplo, há uma variável, x). Se necessário, a integral é expressa em termos das componentes. Então reduzimos a integral para uma integral sobre uma única variável (ou integrais múltiplas, cada uma sobre uma única variável).
Para esse cálculo, considera-se que a haste esteja ao longo do eixo x. Usaremos dx para representar o comprimento de um segmento pequeno da haste e dq será a carga no segmento. A carga dq sobre o segmento pequeno é dq = λ dx.
O campo dE no ponto P devido a esse segmento aponta na direção negativa de x e sua magnitude é

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{x^2}$$

Cada elemento da distribuição de carga produz um campo na direção negativa de x e, assim, a soma vetorial de suas contribuições reduz-se a uma soma algébrica. O campo total em P devido a todos os segmentos da haste, que estão a distâncias diferentes de P, é dado pela Equação (8), que neste caso se torna

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{\ell+a}\frac{\lambda dx}{x^2}$$

onde os limites da integral se estendem de uma extremidade da haste (x = a) à outra (x = ℓ+ a). Como $1/4\pi\varepsilon_0$ e λ são constantes, podem ser removidos da integral. Assim, descobrimos que

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{\ell+a}\frac{dx}{x^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{x}\right]_a^{\ell+a}$$

$$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\ell+a}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a(\ell+a)}$$

onde usamos o fato de que a densidade linear de carga é λ = Q/ℓ.
A partir desse resultado vemos que, se o ponto P estiver distante da haste (a >> ℓ), então o ℓ no denominador pode ser desprezado, e $E \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{a^2}$. Esta é exatamente a forma esperada para uma carga pontual. Portanto, para grandes valores de a, a distribuição de carga parece ser uma carga pontual de valor Q como você deveria esperar.

EXERCÍCIOS PARA RESOLVER

01.
a) Quatro cargas iguais estão dispostas nos vértices de um quadrado. Calcule o modulo do campo elétrico no centro do quadrado,

b) Considere um polígono regular com n lados iguais. Em cada vértice deste polígono existe uma carga q. Qual e o modulo do campo elétrico no centro deste polígono?

02.Uma gota de óleo possui massa m e carga q. Determine a intensidade do campo elétrico necessário para que a força elétrica sobre a gota seja igual ao seu próprio peso.

03.Considere duas cargas iguais e de mesmo sinal. Em que ponto da reta que une as duas cargas o campo elétrico se anula?

04.Considere duas cargas iguais, porem de sinais contrários, separadas por uma distancia d (trata-se de um dipolo elétrico). Determine os pontos ao longo da reta que une as cargas para os quais o campo elétrico se anula.

05.Considere duas cargas de mesmo sinal, sendo, porém, o modulo da carga q_1 diferente do modulo da carga q_2. Localize possíveis pontos ao longo do eixo que une as cargas para os quais o campo elétrico seja igual a zero.
Sugestão: Existem duas soluções para a equação do segundo grau do problema. Contudo, somente uma solução satisfaz d condição física do problema.

06. Existe um campo elétrico em um ponto P. Uma carga muito pequena é colocada neste ponto e experimenta uma força. Depois, uma outra carga muito pequena é colocada neste ponto e experimenta uma força que difere tanto em módulo quanto em direção/sentido daquela experimentada pela primeira carga. Como é possível que estas duas forças diferentes resultem do único campo elétrico que existe no ponto P?

07. Duas cargas, -16 μC e +4,0 μC, estão fixas e separadas por 3,0 m.
a) Em que ponto ao longo da reta que passa pelas cargas o campo elétrico resultante é nulo? Localize este ponto em relação à carga positiva. (Sugestão: O ponto não está necessariamente localizado entre as duas cargas.)
b) Qual seria a força sobre uma carga de +14 μC colocada neste ponto?

08. Uma pequena gota d'água está suspensa imóvel no ar por um campo elétrico uniforme voltado para cima e tem um módulo de 8480 N/C. A massa da gota d'água é igual a $3{,}50.10^{-9}$ kg.
a) A carga em excesso na gota d'água é positiva ou negativa? Por quê?
b) Quantos elétrons ou prótons em excesso estão presentes na gota?

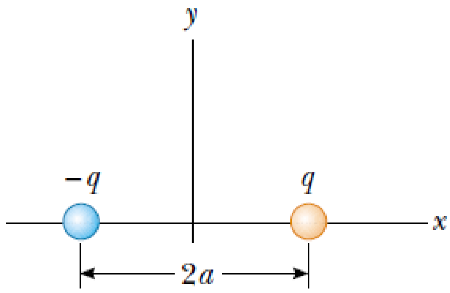
09. Duas cargas estão localizadas sobre o eixo x: q_1 = +6,0 μC em x_1 = +4,0 cm, e q_2 = +6,0 μC em x_2 = -4,0 cm. Duas outras cargas estão localizadas sobre o eixo y: q_3 = +3,0 μC em y_3 = +5,0 cm, e q_4 = -8,0 μC em y_4 = +7,0 cm. Determine o campo elétrico resultante (módulo, direção e sentido) na origem.

10. Um retângulo tem um comprimento igual a 2d e uma altura igual a d. Cada uma das três cargas a seguir está localizada em um vértice do retângulo:+q_1 (vértice superior esquerdo), +q_2 (vértice inferior direito), e -q (vértice inferior esquerdo). O campo elétrico resultante no vértice superior direito (vazio) é nulo. Determine os módulos de q_1 e q_2. Expresse as suas respostas em termos de q.

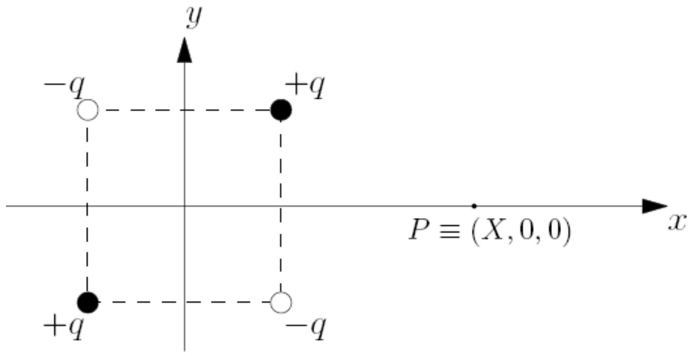
11.Duas cargas puntiformes q são colocadas sobre o eixo Ox, uma no ponto x = a e outra no ponto x = -a.
a) Determine o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico no ponto x = 0.
b) Deduza uma expressão para o campo elétrico em qualquer ponto sobre o eixo Ox. Use seu resultado para fazer um gráfico do campo elétrico em função de x para valores de x compreendidos entre -4a e +4a.

12.Uma carga elétrica positiva é distribuída sobre o eixo Oy, sendo λ a carga por unidade de comprimento,
a) Considere o caso para o qual a carga seja distribuída somente entre os pontos y = a e y = -a. Para os pontos sobre o eixo +Ox, faça um gráfico do componente x do campo elétrico em função de x para valores de x compreendidos entre x = a/2 e x = 4a.
b) Agora, suponha que a carga seja distribuída sobre todos os pontos do eixo Oy com a mesma carga por unidade de comprimento λ. Usando o mesmo gráfico obtido na parte (a), faça outra curva para o componente x do campo elétrico em função de x para valores de x compreendidos entre x = a/2 e x = 4a. Identifique os gráficos com as respectivas situações.

13.Considere o dipolo elétrico mostrado na Figura. Mostre que o campo elétrico em um ponto distante ao longo do eixo x é $E_x = 4kqa/x^3$.



14.Duas cargas puntiformes positivas iguais, +q, e duas cargas puntiformes negativas iguais, −q, se encontram fixas nos vértices de um quadrado de lado a. As cargas de mesmo sinal se localizam em vértices opostos. Utilize o sistema de coordenadas indicado na figura, cuja origem está no centro do quadrado.



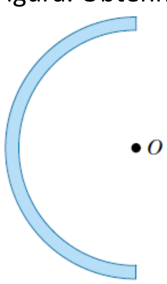
Calcule o vetor campo elétrico num ponto genérico do eixo x, E(X,0,0).

15.Considere uma distribuição linear de cargas ao longo de um arco de circunferência de raio R. Seja α o ângulo central compreendido pelo arco de circunferência. Determine o modulo do campo elétrico no centro da circunferência.

16.Determine o campo elétrico produzido por uma distribuição de cargas ao longo de um fio retilíneo infinito.

17.Uma casca hemisférica de raio R possui densidade superficial de cargas constante. A carga total desta superfície hemisférica é igual a Q. Determine o modulo do campo elétrico no centro da esfera.

18.Uma carga positiva Q é distribuída uniformemente ao longo de uma semicircunferência de raio a como indicado na Figura. Obtenha o campo elétrico (módulo, direção e sentido) no centro de curvatura O.



19.Um anel de raio igual a 8 cm possui uma distribuição uniforme de carga com uma carga total Q = 2 μC. Calcule o valor aproximado do módulo do campo elétrico em um ponto P situado sobre o eixo de simetria do anel. A distância entre o ponto P e o centro do anel e dada por: x = 25 cm.

20.Considere dois anéis concêntricos e situados sobre o mesmo plano. Ambos anéis possuem distribuições uniformes de cargas. O anel de raio R_1 possui carga total Q_1 e o anel de raio R_2 possui carga total Q_2. Determine o campo elétrico:
a) no centro comum dos dois anéis;
b) em um ponto P situado a uma distancia r muito maior do que R_1 e do que R_2.

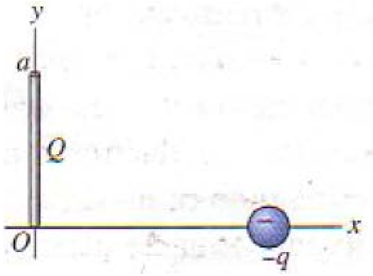
21.Usando dois pedaços de arame muito finos, construímos dois anéis circulares contidos em planos paralelos. Um dos anéis possui raio a e o outro possui raio b, sendo a > b. Sobre o primeiro anel distribui-se uniformemente uma carga +q, e sobre o segundo, uma carga -q. Colocam-se os dois anéis com os respectivos centros sobre o mesmo eixo de simetria, em planos paralelos e separados por uma distancia d. Em função dos dados fornecidos, determine o modulo do campo elétrico no centro do anel de raio b.

22.Determine o módulo do campo elétrico no centro do anel de raio a mencionado no problema anterior.

23.A distância entre duas grandes placas paralelas é igual a d. Uma placa possui densidade superficial de carga positiva σ > 0 e a outra, uma densidade superficial de carga negativa -σ. Faça um desenho das linhas de campo elétrico para os pontos nas vizinhanças do centro das placas e portanto bastante afastados das bordas.

24.Faça um esboço das linhas de campo elétrico para um disco de raio R que possui uma densidade superficial de carga positiva σ. Para fazer esse desenho use o resultado que você conhece sobre o campo elétrico em pontos muito próximos do disco e em pontos muito afastados do disco.

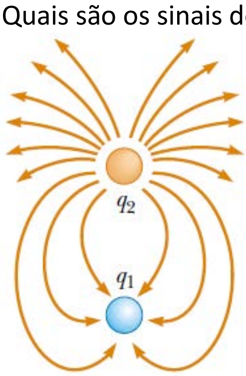
25.Uma carga positiva Q é distribuída uniformemente sobre a parte positiva do eixo Oy desde y = 0 até y = a. Uma carga puntiforme negativa -q está sobre a parte positiva do eixo Ox a uma distância x da origem como na Figura.



a) Determine os componentes x e y do campo elétrico produzido pela distribuição de cargas Q nos pontos da parte positiva do eixo Ox.
b) Encontre os componentes x e y da força que a distribuição de cargas Q exerce sobre a carga -q.
c) Mostre que para os pontos x >> a, $F_x = -Qq/4\pi\varepsilon_0 x^2$ e $F_y = +Qqa/8\pi\varepsilon_0 x^3$. Explique a razão desse resultado.

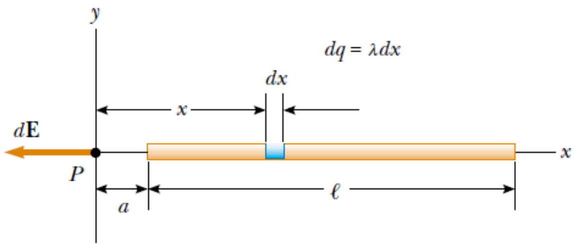
26.Uma carga positiva Q é distribuída uniformemente sobre o eixo Ox de x = 0 até x = a. Uma carga puntiforme negativa -Q é distribuída uniformemente sobre o eixo Ox de x = 0 até x = -a.
a) Uma carga puntiforme positiva q está sobre a parte positiva do eixo Oy a uma distância y da origem. Obtenha a força (módulo, direção e sentido) que as duas distribuições de cargas exercem conjuntamente sobre a carga q. Mostre que para todos os pontos y >> a, o módulo dessa força é proporcional a y^{-3}.
b) Suponha que, em vez da hipótese do item anterior, exista uma carga puntiforme positiva q sobre a parte positiva do eixo Ox a uma distância x > a da origem. Obtenha a força (módulo, direção e sentido) que as duas distribuições de cargas exercem conjuntamente sobre a carga q. Mostre que, para os pontos x >> a, o módulo dessa força é proporcional a x^3.

27. A Figura mostra as linhas do campo elétrico para duas cargas pontuais separadas por uma distância pequena,
a) Determine a razão q_1/q_2.
b) Quais são os sinais de q_1 e de q_2 ?



28.Uma carga negativa -Q é distribuída uniformemente ao longo da quarta parte de uma circunferência de raio a que está sobre o primeiro quadrante, com centro de curvatura na origem. Encontre os componentes x e y do campo elétrico na origem.

29.Uma haste de comprimento ℓ tem uma densidade linear de carga uniforme λ e uma carga total Q. Calcule o campo elétrico em um ponto P ao longo do eixo da haste, à distância a de uma das extremidades.

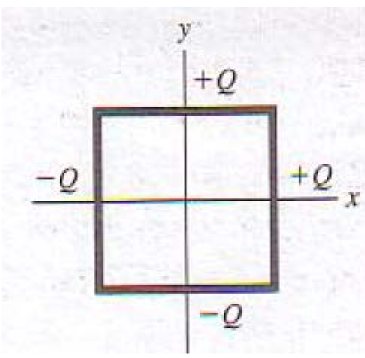


30.Uma pequena esfera de massa m com uma carga positiva q é ligada à extremidade de um fio de seda de comprimento L. A outra extremidade do fio está presa a uma grande placa isolante vertical que possui uma densidade superficial de carga σ. Mostre que, quando a esfera está em equilíbrio, o ângulo formado entre a vertical e o fio é igual a arc tan ($q\sigma/2mg\varepsilon_0$).

31.Uma carga elétrica é distribuída uniformemente ao longo dos lados de um quadrado. Dois lados adjacentes possuem a mesma carga +Q distribuída ao longo desses lados,

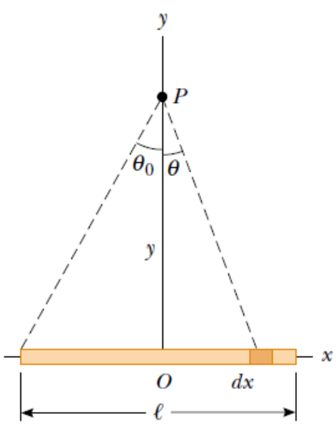
a) Supondo que os outros dois lados adjacentes possuam a mesma carga -Q (Figura abaixo). Determine os componentes x e y do campo elétrico resultante no centro do quadrado. Cada lado do quadrado possui comprimento a.

b) Repita o cálculo da parte (a) supondo que todos os quatro lados possuam a mesma carga +Q distribuída ao longo de cada lado.



32. Uma linha contínua de carga encontra-se ao longo do eixo x, estendendo-se de x = + x_o até o infinito positivo. A linha é carregada com densidade linear uniforme λ_o. Quais são a magnitude e a direção do campo elétrico na origem?

33. Uma haste fina de comprimento L e carga uniforme por unidade de comprimento λ encontra-se ao longo do eixo x, como mostrado na Figura.



a) Mostre que o campo elétrico em P, a uma distância y da haste, sobre a mediatriz, não tem nenhuma componente x e é dado por $E= 2k\lambda \, sen\theta_0/y$.

b) Use seu resultado do item (a) para mostrar que o campo de uma haste de comprimento infinito é $E = 2k\lambda/y$. (Dica: Calcule primeiramente o campo em P devido a um elemento de comprimento dx, que tem uma carga λdx. Mude então as variáveis de x para α, usando as relações $x = y \tan\theta$ e $dx = y \sec^2\theta \, d\theta$, e integre em θ.)

34.Se traçarmos 10 linhas de campo dirigidas a partir de uma carga pontual de +2,5 μC, quantas linhas deveríamos traçar em direção a uma carga pontual de -1,5 μC no mesmo diagrama?

35.Uma carga 4q está a uma distância r de uma carga -q. Compare o número de linhas do campo elétrico que começa na carga 4q com o número que termina na carga -q. Onde terminam as linhas extras que começam em 4q?